VITT. EMANUELE

NAZIONALE VITT. EMANUELE
12
4 I
8

18

Digitized by Google

Aſſiſtentiæ Germaniæ S. J.

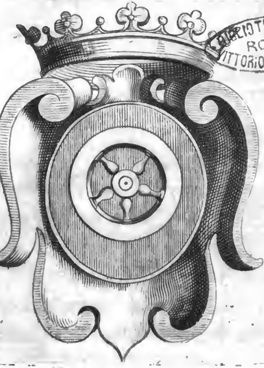
EXEGESES
PHYSICO-MATHEMATICÆ,

De Momentis Gravium, de Vecte, ac de Motu æquabiliter accelerato.

Ad Illuſtriſſimum Dominum

D. CAROLVM THEODOLVM

Marchionem S. VITI.



BIBLIOTECA NAZ. ROMA VITTORIO EMANUELE

BIBL. DOM. PROF. ROM. IHS

Romæ, Ex Typographia Rev. Cam. Apoſt. 1685.

Superiorum permiſſu.

Digitized by Google

Digitized by Google

ILLVSTRISSIMO DOMINO

D. CAROLO THEODOLO

MARCHIONI S. VITI.

Franciſcus Antonius Tinaſſius S. P.

CÆcâ profectò felicitate, huius Operis Autor expertus eſt, ſibi ultrò in oculos nonnulla incurriſſe, quæ acutiſſimas aliorum acies effugerunt. Itaque ne a Fortunâ Induſtria ſeiungeretur, Aurifodinæ ſuæ venas per otium ſubſecivis horis explorare decrevit; ac tandem, lentis in dies acceſſionibus, Librum ſuum eò provexit, ut in lucem, Amicorum ſuaſu emittendum, Tibi nuncupatum lubens meritò velit, MARCHIO Illuſtriſſime. Placere illi ſuæ mentis fœtus aliunde non potuit, quàm quòd in eo adumbratam utcunque cerneret imaginem Tui. Exequi paucis non licet affluentiſſimas Naturæ ac For-

tunæ dotes, tum ex paternâ ſtirpe Marchionum S. VITI, tum ex materno ſanguine POLI Ducum in Te derivatas: quas Labore ac Studio ſic excoluiſti, ut aſcitis ex Pietate ac Sapientiâ clarioribus radijs, eas tunc maximè illuſtraveris, quum quodammodo obſcurares. Verùm ut inter ceteras Diſciplinas peculiari amore Matheſim proſequeris, quæ nullum ex penetralibus ſuis celare Te patitur: ita excipies lætâ fronte ut ſperamus Mathematicam Lucubrationem, quæ Gravium inſtar centro ſuo inhiantium, concitato impetu ad Te properat, habitura in Te uno Patronum benigniſſimum, Iudicem integerrimum, Vindicem invictiſſimum.

Æqui demum bonique conſules, interim latere nomen Autoris, unicè ſatagentis ut eius erga Te obſequia ſint omnibus apertiſſima.

AD

AD LECTOREM.

NVnquam, Lector Benevole, ad ſcribendas Exegeſes de Momentis Gravium, de Vecte, ac de Motu æquabiliter accelerato animum appuliſſem; niſi deprehenſâ falſitate celeberrimæ propoſitionis de Momentis Gravium, quam nondum legitimè ab ullo demonſtratam aliqui affirmabant, eâdem operâ ſuboluiſſet mihi vera doctrina de Momentis, ac nova methodus eam aliaque multa demonſtrandi, per lineas directionis Gravium, & per proportiones angulorum. Quum autem Nobiles Mathematici Momenta gravium adminiculò vectis indagaverint, ac nobis opponeretur difficultas petita ex trochleis quæ intelligi non poterat niſi præmiſsa declaratione Vectis; experiri decrevimus, num oſtenſâ inter Vectes triplicis generis convenientia, per id quod notum eſt in Vecte ſecundi generis, inveſtigari poſſent ea quæ hactenus latuerant in vecte primi generis. His annectuntur nova theoremata de trochlea & de Vecte ſecundi generis, contraria eorum quæ inſignes Mathematicos in fraudem deduxerunt. De-

mum

mum ſalebris complanatis, arduum non fuit propoſitiones veras de Motu æquabiliter accelerato immediatius demonſtrare, falſas corrigere, novas invenire.

Quamvis autem aſſertiones his Opuſculis contentas doctiſſimi Amici, ac præſertim P. Daniel Bartolus per otium examinaverint ac probaverint; nihilominus viſum fuit unam ex ijs cum omnibus Eruditis publicè communicandam, edito Specimine primæ Exegeſeos, quo vulgarem doctrinam de Momentis Gravium redarguere tentavimus, non infelici ſucceſſu. Nam ex certis Auctoribus didicimus, ejus falſitatem, a P. Gregorio a S. Vincentio fuiſſe olim demonſtratam; ac non pauci, qui alterutri parti nondum ſe addixerant, nobis apertè ſuffragati ſunt: ab ijs vero qui veterem ſententiam deponere noluerunt, nihil, quod noſtram vel tantulum læderet, objici potuit. Hæc habui, Lector Amice, quæ Tibi candidè ſignificarem, ut quo conſilio hæc ſtudia tractaverim, in ipſo Libri aditu intelligeres. Ceterum ne plus æquo nobis tribuere videamur: *Et refellere ſine pertinacia, & refelli ſine iracundia parati ſumus.*

(Cic. Tuſc. lib. 2.)

IN-

INDICVLVS.

ANgulus elevationis. *pag.*19.
Angulus inclinationis. 20.
Anguli elev. & inclin. acuti. 21.
Applicatio obliqua æquivalens perpendiculari. 34.47.77. 88. 95.
Circulus erectus quis? 40
Diſpaſtus. 95.
Diſtantiæ quæ conſiderantur in Vectibus. 63.
Fulcrum gerit munus ponderis. 52.
Fulcrum gerit munus potentiæ. 54.
Gravitatio diſtinguitur a pondere. 53.
Gravitatis centrum commune. 72.
Inclinatio plani declivis. 20.
Linea directionis. 7.
Longitudo Vectis. 59.
Momentum quid. 1.
Momentum ſuper plano declivi. 11.
Momentum ubi exerceatur. 8.
Momenta nequeunt cōſiderari in tribus planis, 14
Perpendicula accipiuntur ut parallela. 16.
Planum declive quid? 20.
Plana quæ gravantur æqualiter. 39.
Potentiæ quæ gravantur æqualiter. 34. 37. 91.
Potentia gerens munus ponderis. 52.
Potentia gerens munus fulcri. 52. 53.
Potentia nihil ſuſtinens, quæ tamen gravatur. 94.
Radius momenti. 9.
Suppoſitiones diverſæ. 5. 9. 10. 21-29.40.51.58.59. & 108.
Trochlea. 5. 75. & deinceps.
Vectis eſt pars circumf. circuli. 68.
Vectis inverſus. 90.

Im-

Imprimatur,

Si videbitur Reuerendiſsimo Patri Magiſtro Sac. Pal. Apoſt.

I. de Angelis Archiep. Vrbin. Viceſg.

Imprimatur.

Fr. Ioſeph Clarionus Sac. Theologiæ Profeſſor, ac Reuerendiſſimi P. Fr. Dominici Mariæ Puteobonelli S. Apoſt. Palatij Magiſtri Socius, Ord. Præd.

EXEGESIS PHYSICOMATHEMATICA.

De Momentis Gravium.

MOmentum, ut optimè docet cl. *Galileus* Dial. III. de Motu, eſt impetus, propenſio, & energia Gravium ad motum deorſum. Fundatur Momentum in ipſamet gravitate, nam eatenus corpus habet propenſionem & energiam ad deſcendendum, quatenus eſt præditum gravitate. Nihilominus differt Momentum a gravitate, quia non commenſuratur neceſſario ipſi gravitati, ſed ſoli energiæ, quam adhibet Grave ut moveatur deorſum: eſt autem experientiâ notum, maiorem energiam ineſſe gravibus reſpectu deſcenſus perpendicularis, quàm reſpectu deſcenſuum in planis declivibus; ac ſimiliter, maiorem energiam habent gravia ut deſcendant in planis magis declivibus, quam in minus declivibus.

Itaque ſi conſideremus tria gravia omninò æqualia, ex. gr. tres globos æqualis ponderis & magnitudinis; in eâ ratione, quâ veloci-

tas globi V (*fig.*1) deſcendentis ſuper plano declivi RC eſt minor velocitate globi T (3) deſcendentis perpendiculariter, dicimus momentum globi V eſſe minus momento globi T. In eâ ratione, qua planum declive RC minus gravatur globo V, cuius deſcenſum retardat quidem, ſed non totaliter impedit, quàm planum horizontale NC gravetur globo S (4) cuius deſcenſum omninò impedit; dicimus momentum globi V gravantis planum RC, eſſe minus momento globi S gravantis planum NC. Ecce quomodo globus T (3) habet maiorem energiam ut deſcendat perpendiculariter, quàm globus V (1) illi æqualis, ut deſcendat ſuper plano declivi RC. Et globus S (4) maiorem energiam habet, ut gravet planum NC, quam globus V (1) illi æqualis, ut gravet planum RC. Ratio diſcriminis eſt manifeſta: Quia globus T energiam totius gravitatis exercet deſcendendo perpendiculariter; globus S energiam totius gravitatis exercet gravando planum horizontale NC; globus vero V energiam unius partis gravitatis exercet deſcendendo ſuper plano declivi RC, energiam alterius partis exercet gravando planum RC. Adeoque conſtat dividi energiam ſeu momentum, gravitate indiviſa.

Porrò

Porrò tum in globo V deſcendente ſuper plano RC, tum in globo T deſcendente perpendiculariter, poteſt conſiderari velocitas, vel ut æquabilis, vel ut æquabiliter creſcens; de poſteriori agemus Exegeſi tertiâ, de priori agimus in præſentiâ: & iure noſtro ſupponimus, velocitatem globi V, cum intenſione quàm habet initio deſcenſus ſuper plano RC, commenſurari (per ſe loquendo) illi parti gravitatis, quæ non ſuſtinetur plano RC, & eſt cauſa adæquata ipſius velocitatis. Similiter ſupponimus, velocitatem globi T, cum intenſione quam habet initio deſcenſus perpendicularis, commenſurari gravitati totali eiuſdem globi T, tanquam ſuæ cauſæ adæquatæ.

Hinc *ſequitur* 1. Momenta duo partialia globi V ſimul ſumpta; videlicet momentum, quo globus V incipit deſcendere ſuper plano RC, & momentum quo gravat planum RC, æquari momento totali eiuſdem globi V; quemadmodum ſimul ſumendo partes gravitatis, quibus commenſurantur momenta illa partialia, ſunt æquales gravitati totali globi V.

Sequitur 2. Si poſſit inveniri pars gravitatis, qua globus V gravat planum declive RC; & alia pars, quæ cauſat deſcenſum ſuper eo-

dem plano RC; cognitum iri duo momenta partialia globi V, quæ ſimul ſumpta æquantur momento eius totali: immò vna pars cognita manifeſtat aliam, quia eſt reſidua gravitatis totalis.

Sequitur 3. Eſſe ita evidens, Momenta partialia globi V habere ſuum totum in eo momento, quod nuncupamus totale; ſicut eſt evidens, partes gravitatis in quibus conſiſtunt momenta partialia, habere ſuum totum in gravitate totali.

Sequitur 4. Momentum totale globi V, conflatum ex duobus illis partialibus, æquari momento totali globi S, ac momento totali globi T: quæ momenta globorum S ac T vocari poſſunt ſimplicia. Quia verò gravitas globi T deſcendentis, non differt a gravitate globi S quieſcentis; & nos non conſideramus velocitatem, niſi ſecundùm influxum, quem in eam præbet mera gravitas: indubitatum eſt, momentum globi T non eſſe diverſum à momento globi S.

Ductis in hunc modum primis veluti lineamentis noſtrorum theorematum, operæpretium eſt recenſere quaſdam ſuppoſitiones cl. *Stevini* libro 1. Staticæ prop. 19. *Galilei* Dialogo III. de Motu. *Merſenni* prop. 13. Phænomenon Mechanicorum. *Deſchales* to-

mo

mo I. Mundi Mathematici libro III. Staticæ prop. 2. *Borellij* de Motu animalium Parte I. in Scholio prop. 63. & aliorum. Si globi T & N (5) alligentur extremis funiculi ſuſpenſi ex trochleâ, & globus T ſuſtineatur trochleâ & plano declivi DB, cui funiculus ſit parallelus; globus verò N pendens in äere ſuſtineatur ſolâ trochleâ, & uterque globus maneat immotus.

Supponunt 1. illi Autores, Momentum ſeu impulſum, quo globus T conatur deſcendere ſuper plano DB, exerceri in rectâ LMC parallelâ ad planum DB, ac tranſeunte per centrum globi T. Nam idcircò ſtatuunt funiculum LM parallelum ad DB, ut continuetur in unam rectam LMC, cum diametro MC parallelâ ad planum DB.

2. Supponunt, Momentum globi T conantis deſcendere ſuper plano DB, ad momentum ipſius totale, eſſe ut pondus N ad pondus T. putant enim trochleam eſſe libram æqualium brachiorum; ac momentum globi T, a plano DB ita minui, ut fiat æquale momento globi N; & ideò aiunt neutrum ex globis poſſe moveri, quia momenta eorum ſint æqualia.

3. Supponunt, Momentum globi T, qui careat impedimento ad deſcendendum ſuper

plano declivi DB, non differre a momento eiuſdem, qui ſuſtineatur per funiculum parallelum plano DB,& omninò impediatur ne deſcendat ſuper eodem plano DB. Nam inveſtigant momentum globi non impediti, per momentum ipſius impediti; ac diſertè aſſerit *Galileus*, Momentum Gravis eſſe, ut potentiam ac reſiſtentiam minimam, quæ ſufficiat ad impediendum ne illud Grave deſcendat. Hæc autem aſſertio univerſalis, in propoſito globi incumbentis plano declivi DB, de quo ibidem agit *Galileus*, facit hunc ſenſum: Momentum globi T, eſt ut potentia & reſiſtentia minima, quæ ſufficiat ad impediendum eius deſcenſum ſuper plano declivi DB; utique per applicationem in recta LMC iuxta primam ſuppoſitionem.

Vtrum hæ omnes aſſertiones & ſuppoſitiones cl. *Stevini* & aliorum veræ ſint nec ne, modo non decernimus. hoc ſolum profitemur, veras eas haberi a doctiſſimis Mathematicis, quibus diſplicere nequeunt ea, quæ nos diximus ex propriâ ſententiâ.

PRO-

PROPOSITIONES

Cum ſuis demonſtrationibus.

I. *SI globus V (1) deſcendat ſuper plano declivi RC, recta IH parallela plano RC, quam deſcribit centrum I, eſt linea directionis reſpectu illius deſcenſus: Quemadmodum ſi globus T (3) deſcendat perpendiculariter, recta IM perpendicularis horizonti, quàm deſcribit centrum I, eſt linea directionis reſpectu illius deſcenſus.*

Globo T deſcendente perpendiculariter, centrum I dirigitur ab ipſa gravitate totali globi, ut magis accedat ad centrum Vniverſi per viam rectæ IM, quæ eſt abſolutè breviſſima; & propterea IM eſt linea directionis, reſpectu deſcenſus perpendicularis. Globo V deſcendente ſuper plano declivi RC, centrum I ab eâ parte gravitatis globi V, quæ non ſuſtinetur plano RC dirigitur, ut magis accedat ad centrum Vniverſi per viam rectæ IH, quæ eſt breviſſima, non abſolutè, ſed ſuppoſitâ tantâ declivitate plani RC. Ergo in globo V, recta IH eſt linea directionis reſpectu deſcenſus ſuper plano RC, ſicut in glo-

bo T recta IM eſt linea directionis reſpectu deſcenſus perpendicularis.

Quia verò globo V, quatenus habenti requiſita ad ſolum deſcenſum ſuper plano RC, talis deſcenſus eſt neceſſarius, & omnis alius motus eſt naturaliter impoſſibilis; ac præterea eſt neceſſarium, ut pars gravitatis, quæ non ſuſtinetur plano RC, dirigat centrum I ad deſcendendum per radium IH, & eſt impoſſibile, ut in illa hypotheſi in globo V detur directio ad ullum alium motum: *Patet*, in globo V, lineam directionis non poſſe differre a linea motûs; Quemadmodum in globo T deſcendente perpendiculariter, linea directionis & linea deſcensûs neceſſario coincidunt.

Eodem modo recta IF (2) parallela ad planum SD, eſt linea directionis reſpectu globi deſcendentis ſuper plano declivi SD.

II. *Momentum partiale globi V (1) deſcendentis ſuper plano declivi RC exercetur in recta IH; ſicut momentum totale globi T (3) deſcendentis perpendiculariter exercetur in recta IM.*

Globo T deſcendente perpendiculariter, eatenus gravitas totalis dirigit centrum I, ut magis accedat ad centrum Vniverſi per viam

rectæ

rectæ IM; quatenus exercet momentum ſuum totale impellendo centrum I per viam rectæ IM. Globo V deſcendente ſuper plano RC, pars gravitatis, quæ non ſuſtinetur plano RC eatenus dirigit centrum I, ut magis accedat ad centrum Vniverſi per viam rectæ IH, quatenus momentnm ſuum (quod reſpectu momenti totalis eſt ſolum partiale) exercet impellendo centrum I per viam rectæ IH. ergo momentum partiale globi V deſcendentis ſuper plano RC exercetur in recta IH, ſicut momentum totale globi T exercetur in recta IM.

Hinc *Patet* 1. Rectam IM (3) vocari poſſe radium momenti totalis globi T deſcendentis perpendiculariter; ac rectam IH (1) poſſe vocari radium momenti partialis globi V deſcendentis ſuper plano declivi RC.

Patet 2. Momentum partiale globi V deſcendentis ſuper plano RC æquari illi parti gravitatis, quæ impellit centrum I per viam rectæ IH; ſicut momentum totale globi T deſcendentis perpendiculariter, æquatur gravitati totali, quæ impellit centrum I per viam rectæ IM.

Conſideramus planum RC quaſi non afferat ullum impedimentum deſcenſui globi V, niſi ratione ſolius inclinationis; & in hac hypotheſi, velocitas globi V eſt omninò æqualis

lis momento,quo globus V exigit deſcendere ſuper plano RC. Supponimus præterea globos T & V eſſe omninò æquales, & aërem, quo ambiuntur eſſe penitus homogeneum: alioquin, proportionem inter momentum totale ac partiale eiuſdem globi, fruſtra indagaremus per globos diſtinctos.

III. *Si deſcenſus globi V* (1) *ſuper plano declivi RC impediatur per potentiam applicatam radio momenti HI; pondus quo gravatur potentia æquatur momento globi V conantis deſcendere ſuper plano RC: Quemadmodum ſi deſcenſus perpendicularis globi T* (3) *impediatur per potentiam applicatam radio momenti MI, pondus quo gravatur potentia, æquatur momento totali globi T conantis deſcendere perpendiculariter.*

Potentia quæ applicetur globo T in radio momenti MI, & impediat eius motum perpendicularem,non exercet virtutem maiorem aut minorem ea, qua globus T conatur deſcendere perpendiculariter. Si enim potentia exerceret virtutem maiorem conatu globi, elevaret globum; ſi exerceret aliquam virtu-

virtutem, ſed minorem conatu globi, illum deprimeret. Ergo exercet virtutem æqualem conatui globi T. Similiter potentia, quæ applicetur globo V in radio momenti HI, & impediat eius motum ſuper plano RC, non exercet virtutem maiorem nec minorem ea, qua globus conatur deſcendere ſuper plano RC, alioquin illum elevaret vel deprimeret: adeoque exercet virtutem æqualem conatui globi V. Atqui pondus totale quo gravatur potentia applicata in M, & exercens virtutem æqualem conatui globi T, æquatur momento totali eiuſdem globi, ut eſt evidens. Ergo ſimiliter, pondus quo gravatur potentia applicata in H, & exercens virtutem æqualem conatui globi V, æquatur momento partiali eiuſdem globi V conantis deſcendere ſuper plano RC; & hoc nuncupamus momentum globi ſuper plano declivi.

Hinc *patet*, æqualitatem inter momentum globi, & pondus quo gravatur potentia conuenienter applicata, eodem argumento probari; ſeu momentum & pondus ſint totalia, ſeu ſint partialia.

IV. *Dum globus V* (1) *gravat potentiam applicatam radio momenti HI, qua impeditur ne deſcendat ſuper plano de-*

declivi RC, non exercet momentum diverſum ab eo, quod exercet dum deſcendit ſuper plano RC.

In hypotheſi quam ſupra explicavimus, nimirum deſcensûs conſiderati ſecundum influxum quem in eum præbet mera gravitas, & ſecundum velocitatem quam habet in ipſo ſuo principio; evidens eſt, ab una & eadem parte gravitatis globi V, impellente centrum I per viam rectæ IH, procedere, vel deſcenſum globi V ſuper plano RC, vel pondus quo gravatur potentia in H. ergo dum globus V gravat potentiam applicatam in H, non exercet momentum diverſum ab eo quod exercet dum deſcendit ſuper plano RC. Eſſet autem ſuperfluum demonſtrare, Momentum totale globi T (3) deſcendentis perpendiculariter, non eſſe diverſum a momento eiuſdem conantis deſcendere perpendiculariter, & idcirco gravantis potentiam applicatam radio MI; qua impeditur talis deſcenſus. Quia verò, dum globus V deſcendit ſuper plano RC, habet per ſe loquendo velocitatem æqualem momento, ex quo oritur ille deſcenſus: *patet*, velocitatem globi deſcendentis ſuper RC, commenſurari momento, quo gravat potentiam ſibi applicatam in radio HI, dum

dum per eam impeditur ne deſcendat ſuper plano RC; & idem dicendum de velocitate deſcenſus perpendicularis.

V. *Si globus V (6) ſuſtineatur duobus planis declivibus RC, SC, coëuntibus in angulum rectum RCS; unumquodque planum gerit munus potentiæ impedientis motum globi ſuper altero plano, per applicationem in radio momenti.*

Potentia applicata radio HI (1) parallelo ad RC impediret motum globi ſuper plano RC, ut ſupponimus. Planum SC (6) perpendiculare plano RC impedit motum globi ſuper plano RC, & applicatur radio HI parallelo ad RC. ergo planum SC facit id, quod faceret potentia applicata in H. Idem valet de plano RC reſpectu potentiæ applicatæ in F (2) ergo &c.

VI. *Si globus V (6) ſuſtineatur duobus planis declivibus RC, SC, coëuntibus in angulum rectum; pondus quo gravatur planum SC eſt æquale momento globi ſuper plano RC, & viceverſa.*

Pondus quo gravatur potentia in H (1) æquatur momento globi ſuper plano RC

ex

ex prop. 3. Planum SC facit id quod faceret potentia *ex prop.* 5. ergo pondus quo gravatur planum SC æquatur momento globi ſuper plano RC. Eodem modo probatur, pondus quo gravatur planum RC æquari momento globi ſuper plano SC.

Hæc propoſitio ſic poteſt converti: Momentum globi ſuper plano SC æquatur ponderi quod gravat planum RC; & momentum ſuper plano RC æquatur ponderi quod gravat planum SC.

Notandum eſt, per illa momenta globum non tendere ad deſcendendum ſimul & ſemel ſuper utroque plano; ſed tendere ad removenda ipſa plana. Si removeat unum, puta planum RC, deſcendit ſuper alio: ſi removeat utrumque, deſcendit perpendiculariter.

Quia verò plana ſuſtinentia globum nequeunt eſſe illi applicata in lineis directionis (ad quod exigitur ut faciant angulum rectum) & ſimul eſſe plura quàm duo: *Patet evidenter*, momenta gravium non poſſe conſiderari in tribus aut pluribus planis declivibus, ſed ſolum in duobus.

VII. *Si globus V ſuſtineatur duobus planis declivibus RC, SC, (6) coëuntibus in angulum rectum; ac momentum partiale*

tiale globi ſuper plano RC ad totale, ſit ut perpendiculum RN ad planum declive RC; momentum partiale ſuper altero plano SC ad totale, eſt ut perpendiculum SO ad planum declive SC.

. Sicut planum SC ſuſtinet momentum globi ſuper plano RC, ita RC ſuper SC, *ex prop. 6.* ergo ſi momentum globi V ſuper plano RC ad totale, ſit ut RN ad RC; momentum ſuper plano SC ad totale, eſt ut SO ad SC.

Quum autem *Stevinus Galileus* ac plures alij velint, momentum partiale ſuper plano declivi ad totale, eſſe ut perpendiculum ad planum declive: *Patet* 1. illis eſſe propoſitionem abſolutam, quæ nobis eſt ſolum conditionata.

Si plana RC, SC (6) coëuntia in angulum rectum ſint æqualia: *Patet* 2. plana illa cum perpendiculis RN, SO, & cum planis horizonti parallelis NC, OC, facere triangula rectangula RNC, COS æqualia. Quum enim hypotenuſa SC, faciens angulum rectum cum hypotenuſa RC, ſit illi æqualis ex hypotheſi; & utraque triangula ſint rectangula, eo quod perpendicula faciant angulos rectos cum planis horizonti parallelis; neceſſe eſt, ut latus SO, perpendiculare ad NC, ſit illi

æqua-

æquale; & latus RN, perpendiculare ad CO, ſit illi æquale; adeoque ipſa triangula ſunt penitus æqualia.

Scimus, perpendicula quæ demittuntur ex planis declivibus, reipſa coincidere in centro Vniverſi, quamvis in his demonſtrationibus aſſumantur ut parallela, qualia ſunt ad ſenſum. Similiter linea horizontalis eſt pars circumferentiæ circuli, quamvis adhibeatur a nobis ut recta, qualis eſt ad ſenſum. Nihilominus, exemplo *Archimedis* & aliorum neceſſario diſſimulamus minimum aliquod & inſenſibile diſcrimen inter demonſtrationes & res demonſtratas; alioquin in Facultatibus phyſicomathematicis non poſſent dari ullæ demonſtrationes geometricæ.

VIII. *Si globus V (6) ſuſtineatur duobus planis declivibus æqualis longitudinis RC, SC, quæ coeant in angulum rectum RCS; momenta partialia globi ſuper eiſdem planis, nequeunt eſſe ut perpendicula RN & SO, quin ſint ut latera RN & NC eiuſdem trianguli RNC.*

Latus NC *ex coroll. 2. prop. 7.* æquatur perpendiculo SO. ergo ſi momenta ſint ut RN & SO, ſunt ut RN & NC.

Hinc

Hinc *patet* 1. Iuxta doctrinam *Stevini* & aliorum, triangulo RNC (6) poſſe cognoſci momenta globi V. nam latus RN oſtendit momentum ſuper plano RC; latus NC oſtendit momentum ſuper plano SC; hypotenuſa RC oſtendit momentum totale.

Patet 2. Momenta partialia globi V ſimul ſumpta ad momentum totale, eſſe ut latera RN & NC ſimul ſumpta ad hypotenuſam RC. Porro *ex* 47. *I. Elem.* eſt indubitatum, quadrata laterum RN & NC ſimul ſumpta, æquari quadrato hypotenuſæ RC: ipſa vero latera ſimul ſumpta ſeu in directum poſita non æquari hypotenuſæ ſed illam excedere, eſt omnino manifeſtum.

IX. *Si momenta partialia globi V* (6) *ſuper planis declivibus RC & SC, coeuntibus in angulum rectum ſimul ſumantur, ſunt æqualia momento totali.*

Momentum ſuper plano RC æquatur ponderi quo gravatur planum SC; & momentum ſuper plano SC æquatur ponderi quo gravatur planum RC, *ex prop.* 6. Pondera illa ſimul ſumpta æquantur ponderi totali quod ſupponimus ſuſtineri duobus illis planis. ergo momenta partialia ſimul ſumpta æquantur momento totali.

X. *Momentum partiale globi ſuper plano declivi, ad momentum ſuum totale, non eſt ut perpendiculum ad planum declive.*

Si momentum partiale globi V (6) ſuper plano declivi RC, ad momentum totale, eſſet ut latus RN ad hypotenuſam RC; ac momentum partiale eiuſdem globi ſuper plano SC ad totale eſſet ut latus SO ad hypotenuſam SC, nimirum ut latus NC ad hypotenuſam RC, momenta partialia ſimul ſumpta non æquarentur momento totali ſed illud excederent, ſicut latera NC & RN ſimul ſumpta non æquantur hypotenuſæ RC, ſed illam excedunt *ex prop.*8. momenta partialia ſimul ſumpta æquantur momento totali *ex prop.*9. ergo momentum ſuper plano RC ad totale non eſt ut RN ad RC; ac momentum ſuper SC ad totale non eſt ut SO ad SC, ſeu non eſt ut NC ad RC. Igitur ex aſſertione cl. *Stevini* & aliorum ſequitur hoc abſurdum, ut detur aliquod totum quod ſit minus ſuis partibus.

Ex his *patet* 1. Momentum totale globi V (6) ad momenta partialia ſuper planis RC & SC ſingillatim ſumpta, non eſſe ut hypotenuſam RC ad latera RN & NC.

Patet

Patet 2. Momenta globorum æqualium ſuper planis æqualibus RC (1) & SD (2) quorum inæqualia ſunt perpendicula RN & SO, non eſſe in homologa ratione cum ipſis perpendiculis RN & SO.

Patet 3. Ex hypotheſi noſtra, quam ſupra demonſtravimus omnino conſonare hypotheſi adverſariorum, evidenter corruere ipſorum doctrinam, cuius falſitas rurſus innoteſcet infra *propoſitione* 24.

XI. *Planum declive RC (7) habet elevationem ſupra horizontem AC æqualem angulo RCA, quem facit planum declive cum horizonte.*

Planum RC tangens horizontem in C habet elevationem ſupra horizontem AC æqualem diſtantiæ ab horizonte. ſed habet diſtantiam æqualem angulo RCA quem facit cum horizonte. ergo habet elevationem æqualem angulo RCA quem facit cum horizonte.

Quia vero ſi planum ſit elevatum perpendiculariter, & faciat angulum rectum cum horizonte habet maximam elevationem: *Patet* maximum angulum elevationis eſſe rectum BCA.

XII. *Planum declive RC (7) habet inclinationem a ſuo perpendiculo BC æqualem angulo RCB, quem facit ipſum planum declive cum perpendiculo.*

Planum RC tangens perpendiculum in C habet inclinationem æqualem diſtantiæ a perpendiculo. ſed habet diſtantiam æqualem angulo RCB, quem facit cum perpendiculo BC. ergo habet inclinationem æqualem eidem angulo.

Ex his *patet* 1. Idem planum declive RC (7) relatè ad horizontem AC eſſe elevatum, relatè ad perpendiculum BC eſſe inclinatum: ac nomine *plani declivis* intelligi planum, quod neque ſit parallelum horizonti, nec ſit illi perpendiculare, ſed faciat angulum cum horizonte & cum perpendiculo. Quia tamen ab Autoribus linguæ Latinæ, molliter aut leniter aut parum declivia dicuntur plana, quæ faciunt parvum angulum cum horizonte: manifeſtè ſequitur, declivitatem eò eſſe minorem, quo fuerit minor angulus elev. & maior angulus inclinat. eò eſſe maiorem, quo fuerit maior angulus elev. & minor angulus inclinat. Nam in eodem quadrante, angulus elev. eſt reciprocus anguli incl. ſeu in eâ ratione quâ

unus

unus eſt minor, alius eſt maior.

Patet 2. Angulum quem planum declive facit cum horizonte, non poſſe dici angulum inclinationis. Alioquin planum declive haberet maiorem inclinationem, ubi faceret majorem angulum cum horizonte; haberet minorem inclinationem, ubi faceret minorem angulum cum horizonte, cujus rei oppoſitum contingit. Merito ergo *Torricellius* libro de Motu projectorum *pag.* 206, & alibi, docet illum eſſe angulum elevationis.

Patet 3. Maximum angulum inclinationis eſſe ACB rectum.

Patet 4. Angulos elevationis & inclinationis poſſe eſſe acutos vel rectos, non autem obtuſos. Nihilominus nomine talium angulorum deinceps intelligemus angulos acutos.

XIII. *Si duo plana declivia RC,SC* (8) *faciant angulum rectum RCS, angulus SCB inclin. plani SC, æquatur angulo RCA elev. plani RC & viceverſa.*

Semicirculus ABC (in quo diameter AD horizonti parallela conſtat rectis CN, CO, productis in A & D) perpendiculo BC dividatur in duos quadrantes ACB, BCD. In

BIBLIOTECA NAZ. ROMA VITTORIO EMANUELE

eodem ſemicirculo, quem concipimus eſſe immobilem, quadrans RCS ex planis declivibus RC, SC, ſit mobilis circa centrum commune C. Evidenter conſtat, inclinationem plani SC a perpendiculo BC, æquari elevationi plani RC ſupra horizontem AC; & elevationem plani SC ſupra horizontem DC, æquari inclinationi plani RC a perpendiculo BC. ergo angulus SCB inclinationis, æquatur angulo RCA elevationis; & angulus SCD elevationis æquatur angulo RCB inclinationis. Itaque anguli inclinationis ſimul ſumpti conſtituunt angulum rectum; anguli vero elevationis ſimul ſumpti, æquantur angulo recto.

XIV. *Si duo plana declivia RC, SC (8) quæ faciant angulum rectum ſuſtineant globum V, quadrans FIH, quem intercipiunt contactus F & H planorum declivium, radio MI perpendiculari ad horizontem AD, dividitur in duos angulos FIM, HIM, qui ſunt æquales angulis inclin. SCB, RCB, et angulis elev. RCA, SCD.*

In quadrante SCR, radius BC eſt perpendicularis ad horizontem ACD. In quadran-

te FIH, radius FI perpendicularis ad RC eſt parallelus ad CS; radius HI perpendicularis ad CS eſt parallelus ad CR; & radius MI perpendicularis ad ACD eſt parallelus ad CB. ergo angulus FIM, conſtans radiis FI, MI parallelis ad radios SC, BC, æquatur angulo incl. SCB; & angulus HIM, conſtans radiis HI, MI parallelis ad radios RC, BC, æquatur angulo incl. RCB. Quia verò angulus incl. SCB æquatur angulo elev. RCA; & angulus incl. RCB æquatur angulo elev. SCD, *ex* 13. patet angulum FIM æquari angulo RCA; & angulum HIM æquari angulo SCD. Præterea conſtat, angulos FIM, HIM, æquari angulis elev. exiſtentibus ex eadem parte hinc inde; & angulis incl. exiſtentibus ex parte oppoſitâ.

XV. *Si duo plana declivia RC, SC* (8) *quæ faciant angulum rectum ſuſtineant globum V; pondera quibus gravantur, ſunt ut anguli incl. RCB, SCB.*

Supponamus quadrantem mobilem RCS, in quo eſt globus V, coincidere cum quadrante immobili ACB. Planum RC coincidens cum horizonte AC, adeoque faciens angulum inclin. rectum cum perpendiculo BC, gravatur toto pondere globi V; planum vero SC, coincidens cum perpendiculo BC,

ac non faciens ullum angulum incl.non gravatur pondere ullo globi V. Si elevetur planum RC, adeoq; tantundem inclinetur planum SC; in ea ratione qua angulus inclin. RCB ſit maior angulo inclin. SCB, planum RC magis gravatur quàm planum SC. Si quadrans RCS coincidat cum quadrante BCD, planum SC faciens angulum inclin. rectum cum BC, gravatur toto pondere globi V; ac planum RC non faciens angulum ullum incl.non gravatur pondere ullo. ergo pondera quibus gravantur plana, ſunt ut anguli inclin.

Quia vero *ex prop.* 13. angulus elev. RCA æquatur angulo inclinat. SCB, & angulus elev. SCD æquatur angulo inclinat. RCB: *Patet* 1. Menſuram ponderis quo gravàtur planum SC eſſe angulum elev.alterius plani RC, ſeu eſſe angulum RCA; & menſuram ponderis quo gravatur planum RC, eſſe angulum elev. plani SC, ſeu eſſe angulum SCD; adeoque plana gravari reciprocè ad ſuos angulos elev.

Rurſus quia *ex prop.* 5. Planum SC (8) gerit munus potentiæ applicatæ in H, & planum RC gerit munus potentiæ applicatæ in F: *Patet* 2. Menſuram ponderis quo gravatur potentia in H eſſe tum angulum incl. SCB, tum elev. RCA; menſuram pon-

de-

deris pro gravatur potentia in F, eſſe tum angulum incl. RCB, tum elev. SCD. Itaque ſi globi æquales incumbant planis RC (1) SD (2) pondera quibus gravantur potentiæ in H & F, ſunt ut anguli elev. C & D.

XVI. *Momentum globi ſuper plano declivi eſt ut angulus elevationis.*

Momentum globi V (8) ſuper plano RC eſt ut pondus quo gravatur planum SC, *ex prop. 6.* pondus quo gravatur planum SC eſt ut angulus elev. RCA *ex cor. 1. prop.* 15. ergo momentum globi ſuper plano RC eſt ut angulus elev. RCA. Eodem modo momentum ſuper plano SC eſt ut onus quo gravatur planum RC, ſeu eſt ut ang. elev. SCD.

Hinc *patet* momentum partiale globi V (8) ſuper plano declivi RC, ad momentum totale, eſſe ut angulum elev. RCA, ad rectum BCA: momenta partialia eiuſdem globi ſuper planis RC, SC, eſſe ut angulos elev. RCA, SCD; momenta vero globorum æqualium, ſuper planis SB, SC (51) eſſe ut angulos elev. B & C. Quæ dicta ſunt de angulis elev. & incl. valent de arcubus ejuſdem circumferentiæ (8) quibus inſiſtunt. Nam *ex 26. III.* Anguli ſunt ut arcus.

XVII. *Momenta partialia globi V (8) ſuper planis declivibus RC, SC coeuntibus*

tibus in angulum rectum ſunt ut anguli FIM, HIM quos radij perpendiculares planis faciunt cum radio perpendiculari ad horizontem.

Momenta ſunt ut anguli elev. *ex prop.* 16. quibus æquantur anguli FIM, HIM *ex prop.* 14. ergo &c.

XVIII. *Si plana RC, SC quæ faciant angulum rectum ſuſtineant globum V: pondere ipſius totali (quod cenſetur eſſe in radio IM perpendiculari ad horizontem) gravantur reciprocè ad angulos FIM, HIM, qui ſunt intra globum, & pertinent ad ipſa plana RC, SC.*

Ex prop. 15. Pondera quæ gravant plana RC, SC, ſunt ut anguli incl. RCB, SCB; quibus *ex prop.* 14. æquantur anguli HIM, FIM. quia tamen angulus HIM metiens pondus quo gravatur planum RC ſpectat ad planum SC; & angulus FIM metiens pondus quo gravatur planum SC ſpectat ad planum RC (contra quàm accidat in angulis inclin.) ideo plana RC, SC dicuntur gravari reciprocè ad ſuos angulos FIM, HIM.

Si autem productis radijs EI, HI, MI (9) complcantur diametri FO, HE, MR; & in O

& E

& E alligentur funiculi qui cum diametris conſtituant rectas FL & HK; globus vero detineatur immotus per potentias applicatas in K & in L, vel in E & O, vel ubilibet inter E & K, inter O & L (nam ſingulæ illæ applicationes non differunt in ordine ad ſuſtentandum globum) potentia in L æquivalet plano RC; potentia in K æquivalet plano SC; adeoque potentiæ gravantur reciprocè ad angulos OIR, EIR, alternos angulorum FIM, HIM. Videatur *Borellius Par. I.* De Motu animalium *digreſſ. poſt 69. prop.*

XIX. *Momenta partialia globi V (8) ſuper planis declivibus RC, SC coeuntibus in angulum rectum; et onera quibus gravantur plana declivia vel potentiæ, quæ eorum loco applicentur globo V, cognoſci poſſunt angulis unius quadrantis.*

Momentum globi V ſuper plano RC eſt ut angulus elev. RCA; momentum ſuper plano SC eſt ut angulus elev. SCD. eſt ergo ut angulus RCB illi æqualis. Onus quo gravatur planum RC eſt ut angulus inclin. RCB. Onus quo gravatur planum SC eſt ut angulus incl. SCB. ergo eſt ut angulus elev. RCA. Onus quo gravatur potentia in H, æquale momento globi ſuper plano RC.

& one-

& oneri quo in defectu potentiæ H gravatur planum SC, eſt ut angulus inclin. SCB, & ut angulus elev. RCA. Onus quo gravatur potentia in F, æquale momento globi ſuper plano SC,& oneri quod in defectu potentiæ F ſuſtinet planum RC,eſt ut angulus RCB. ergo momenta & onera cognoſci poſſunt angulis quadrantis ACB.

Hinc *patet* 1. Si motus globi V (8) impediatur per potentiam applicatam in H, onus quo gravatur ipſa potentia ad onus quo gravatur planum RC, eſſe ut angulum elev. RCA ad angulum inclin. RCB.

Patet 2. Pondus quo gravatur potentia applicata in H ad totale pondus globi, eſſe ut angulum elev. RCA ad rectum BCA: pondus vero quo gravatur planum RC ad totale pondus,eſſe ut angulum inclin. RCB ad rectum ACB.

XX. *Impedimentum quod planum declive RC (8) affert deſcenſui globi V, eſt ut angulus inclin.RCB.*

Si planum RC coincidat cum perpendiculo BC adeoque non faciat cum eo ullum angulum inclinationis, non affert ullum impedimentum deſcenſui globi V. Si faciat aliquem angulum, affert aliquod impedimen-

mentum. Si angulus ſit rectus, impedimentum eſt totale. ergo &c.

Quia verò carentia impedimenti eſt reciproca impedimenti, ſicut in eodem quadrante, angulus elev. eſt reciprocus anguli inclin. *patet* carentiam eſſe ut angulum elevationis, ſi impedimentum ſit ut angulus inclinationis.

XXI. *Velocitas globi V* (1) *ſuper plano delivi RC, ſublatis impedimentis, eſt ut angulus elevationis C.*

Ex coroll. prop. 4. Velocitas globi V deſcendentis ſuper plano RC, commenſuratur momento ac ponderi quo globus V gravat potentiam ſibi applicatam in radio HI, dum per eam impeditur ac deſcendat ſuper plano RC. Momentum illud eſt ut angulus elev. C *ex prop.* 16. ergo velocitas eſt ut angulus elev. Debent autem detrahi impedimenta deſcensûs, ita ut non conſideretur in plano niſi mera inclinatio: alioquin velocitas non eſſet æqualis momento globi. Quia verò impedimenta nequeunt ſufficienter tolli; idcirco ex velocitatibus gravium deſcendentium ſuper planis declivibus, nequeunt indagari eorum momenta.

Ex dictis *patet*. Velocitatem globi deſcen-

ſcendentis ſuper plano declivi, ad velocitatem eiuſdem deſcendentis perpendiculariter, ſublatis impedimentis eſſe ut angulum elevationis ad rectum.

XXII. *Si ex tribus globis æqualibus, unus (3) deſcendat perpendiculariter, ac duo deſcendant ſuper planis declivibus RC (1) SD (2) quorum anguli elev. C & D, ſimul ſumpti æquentur angulo recto: Velocitas globi deſcendentis perpendiculariter, eſt æqualis velocitatibus duorum globorum ſimul ſumptis.*

Ex coroll. prop. 21. Velocitates globorum deſcendentium ſuper planis RC, SD, ad velocitatem globi deſcendentis perpendiculariter, ſunt ut anguli elev. ad rectum. quum ergo ex hypotheſi, anguli elev. C & D ſimul ſumpti æquentur angulo recto, æqualem menſuram habent, velocitates globorum æqualium deſcendentium ſuper planis RC, SD ſimul ſumptæ, & velocitas globi deſcendentis perpendiculariter.

XXIII. *Momenta Gravium nequeunt indagari per globos inæquales.*

In hac methodo, in qua per gravitatem inda-

indagamus impetum ac propenſionem gravium ad deſcendendum, neceſſe eſt ut gravitas influens in deſcenſum, velocitas deſcenſûs cum intenſione quam habet in ſuo principio, & onus quo gravatur potentia applicata lineæ directionis & impediens deſcenſum, habeant omnimodam æqualitatem, & eodem modo creſcant vel decreſcant. Atqui hæc non verificantur ubi globi ſint inæquales. Si enim diameter globi T (3) ſit dupla diametri globi R, adeoque gravitas abſoluta globi T ſit octupla gravitatis globi R *ex* 18. *XII. Elem.*, non propterea velocitas deſcenſus perpendicularis globi T erit octupla velocitatis globi R, ut docet experientia. idem dico de deſcenſu ſuper planis æqualiter declivibus. ergo &c.

XXIV. *Onus quo globus V* (8) *gravat planum declive RC, ac momentum globi ſuper plano RC (aut onus quo gravat potentiam applicatam radio momenti HI, & impedientem ne moveatur ipſemet globus V) poſſunt cognoſci angulis trianguli rectangli RNC* (7)

In illo triangulo quod conſtat plano declivi RC (7) perpendiculo RN, & plano hori-

horizontali NC, angulus RCN eſt elevationis, angulus NRC eſt inclinationis, utpote alternus anguli RCB. Sed onus quo gravatur planum RC eſt ut angulus inclin. RCB. ergo eſt ut angulus NRC. Momentum globi, & onus quo gravatur potentia in H eſt ut angulus elev. RCN ergo &c.

Si vero triangulum RNC (10) ſit intra circulum RNEC, & arcus quos ſubtendunt latera dividantur bifariam in F, E, D; *Patet* 1. *ex* 20. *III. Elem.* arcum RF, dimidium ſemicircumferentiæ RFC eſſe menſuram anguli recti N: arcum RD, dimidium arcus RDN eſſe menſuram anguli elev. C: arcum NE dimidium arcus NEC, eſſe menſuram anguli incl. R: Quòd autem in triangulo rectangulo RNC, rectæ RC, NC, RN non ſint reſpectivè ut anguli N, R, C, eſt evidentiſsimum. Quia anguli R & C ſimul ſumpti æquantur angulo N; rectæ vero RN & CN ſimul ſumptæ, non æquantur rectæ RC. Porrò eâdem operâ quâ oſtendimus momenta eſſe ut angulos trianguli, evicimus non eſſe ut eius latera. itaque momentum partiale globi ſuper plano declivi RC (1) ad momentum totale, non eſt ut perpendiculum RN ad planum RC; ac momenta globorum æqualium ſuper planis inæ-

inæqualiter declivibus SB, SC, (51) non ſunt reciproca longitudinis talium planorum, licet habentium eandem elevationem SO.

Patet 2. Pondus quo globus V (1) gravat potentiam in H, ad pondus quo gravat planum RC eſſe ut angulum elev. C ad angulum incl. R. Quia vero quemadmodum anguli C & R ſimul ſumpti æquantur angulo recto N, ita pondera partialia quæ ſuſtinentur plano RC & potentiâ in H, æquantur ponderi totali globi V: *Patet* 3. Pondus totale ad pondus quo gravatur potentia in H, eſſe ut angulum N ad C; pondus totale ad illud quod ſuſtinetur plano RC eſſe ut angulum N ad R. Quæ dicta ſunt de potentiâ in H valent de plano SC (8) *ex prop.* 5. itaq; momenta globi V ſuper planis RC & SC (6.8) quæ fruſtra indagantur per latera trianguli RNC, facile innoteſcunt per angulos: Neque ex hac methodo ſequitur illud abſurdum, ut momentum totale ſit minus momentis partialibus quibus conſtat.

XXV. *Si globus E (12) detineatur immotus per potentiam quæ ſit applicata radio momenti GI perpendiculari ad horizontem; & globus V (11) incumbens*

plano declivi RC, detineatur immotus per potentiam quæ ſit applicata radio momenti HI parallelo ad RC; globus vero E ad globum V ſit ut angulus elev. C ad rectum N: potentiæ in H & in G gravantur æqualiter.

Angulus C elevationis ſit 30. graduum, ſubtriplus nimirum anguli recti N; globus verò E unius libræ, ſit ſubtriplus globi V trium librarum: Potentia in G gravatur toto pondere E, adeoque gravatur unâ librâ ut patet: potentia in H gravatur pondere quod *ex cor. 2. prop.* 19. eſt ut angulus elev. ad rectum, ſeu eſt ſubtriplum ponderis trilibris; adeoque gravatur unâ librâ. ergo potentiæ in G & in H gravantur æqualiter.

Hinc *patet* 1. Applicationem obliquam potentiæ in H, æquivalere applicationi perpendiculari potentiæ in G; ac partem globi V quâ gravatur potentia in H, æquivalere toti globo E, quem potentia ſuſtinet in G. Similiter planum RC, quod gravatur mole bilibri, æquivalet potentiæ, *ex prop.* 5. & applicatio obliqua eiuſdem plani RC, æquivalet applicationi perpendiculari potentiæ, totaliter ſuſtinentis molem bilibrem.

Ita-

Itaque potentia in H & planum RC cenſentur duæ potentiæ totales, invicem ſeparatæ & non communicantes, quarum una ſuſtineat molem totalem unius libræ, altera ſuſtineat molem totalem duarum librarum; ac ſingulæ potentiæ applicentur in perpendiculis tranſeuntibus per centra gravitatis ſuarum molium, quæ reſpectu illarum potentiarum cenſentur invicem ſeparatæ & non communicantes.

Si globus V pendens ex funiculo parallelo ad RC, detineatur immotus ſuper plano RC per potentiam applicatam funiculo in L; & globus E pendens ex funiculo ad horizontem perpendiculari detineatur immotus in aëre per potentiam applicatam in B: *Patet* 2. Applicationem potentiæ in L æquivalere applicationi in H; & applicationem in B æquivalere applicationi in G: itaque potentiæ in illis applicationibus gravantur æqualiter; ac pars quam ex globo V ſuſtinet potentia applicata in L, æquivalet toti globo E, quem ſuſtinet potentia applicata in B; & funiculus obliquus LM æquivalet funiculo perpendiculari BC.

Si globi V & E alligentur extremis funiculi, cuius una pars ſit parallela plano RC, altera ſit perpendicularis horizonti; & in L

(20) ubi partes funiculi faciunt angulum applicetur potentia: *Patet* 3. Potentiam in L æquivalere duabus potentijs applicatis in H (11) & G (12); adeoque gravari æqualiter parte globi V & globo E.

Patet 4. Diverſam eſſe rationem inter velocitates globorum inæqualium E (12) & V (11) deſcendentium, & inter onera quibus gravantur potentiæ applicatæ radijs momentorum, & impedientes ne globi deſcendant. Nam onera in caſu præſenti ſunt æqualia; velocitas vero globi E minoris eſt multo maior velocitate globi V maioris: quum tamen utroque globo perpendiculariter deſcendente, velocitas globi V etiam in magna altitudine parum excedat velocitatem globi E.

Patet 5. Eſſe axioma indubitatum: *Si globi T & V (13) inæquales, habeant proportionem neceſſariam ut per potentias æquales applicatas in H & G impediantur ne deſcendant ſuper planis inæqualiter declivibus DB, AF: non propterea ſublatis potentijs globi illi habent in deſcenſu velocitates æquales:* Quum univerſaliter loquendo, inter velocitates, & inter onera quibus gravantur potentiæ applicatæ in lineis directionis globorum, non detur eadem proportio. Ex his autem confirmantur

tur ea quæ diximus *prop.* 23. videlicet Momenta Gravium non poſſe indagari per globos inæquales.

XXVI. *Si pondera totalia globorum inæqualium T & V* (13) *incumbentium planis inæqualiter declivibus DB, AF ſint reciprocè ut ſui anguli elev. B & F: potentiæ quæ ſint applicatæ radijs momentorum in H & G, & impediant omnem motum utriuſque globi, gravantur æqualiter.*

In eâ ratione quâ potentia in H minus gravatur ob minorem angulum B, potentia in G minus gravatur ob minorem gravitatem globi V. In eâ ratione quâ potentia in G magis gravatur ob maiorem angulum F, potentia in H magis gravatur ob maiorem gravitatem globi T. ergo in prædictâ hypotheſi, potentiæ in H & in G gravantur æqualiter globis inæqualibus.

Hinc *patet* 1. Potentias applicatas in H & G non gravari æqualiter, ſi globi T & V ſint homologè ut plana declivia DB, AF.

Si vero globi T & V iungantur funiculo parallelo ad plana AB, AF, quorum idem perpendiculum AD; atque in C (14) ubi

 duæ

duæ partes funiculi faciunt angulum, applicetur potentia: *Patet* 2. Potentiam non gravari æqualiter globis T & V, ſi eorum gravitates ſint homologè ut plana declivia AB, AF. Itaque ſi potentia ſinat excurrere funiculum, unus globus deſcendet, alter aſcendet. Ex oppoſito, ſi gravitates globorum T & V ſint reciprocè ut ſui anguli elev. B & F, potentia in C impediens deſcenſum utriuſque globi, gravatur æqualiter: nam gerit munus duarum potentiarum exiſtentium in H & in G, quæ ut demonſtratum eſt, gravantur æqualiter. Addo potentiam in C ita gravari, quaſi partes globorum T & V quas ipſa ſuſtinet, eſſent omnino ſeparatæ a partibus quæ ſuſtinentur planis AB, AF; & idem proportionaliter valet de partibus quas ſuſtinent ipſa plana AB, AF ut colligitur ex dictis *cor.* 1. *prop.* 25. ubi etiam oſtendimus, applicationes obliquas æquivalere perpendicularibus. Itaque potentia in C, & plana declivia AB, AF, cenſentur tres potentiæ totales non habentes invicem communicationem, quæ applicentur in perpendiculis tranſeuntibus per centra gravitatis trium molium ſeparatarum & non habentium invicem communicationem, quales cenſentur globi T & V.

XXVII.

XXVII. *Si pondera totalia globorum inæqualium R & S (15) incumbentium planis inæqualiter declivibus AF, DB, ſint reciprocè ut ſui anguli incl. A & D: plana AF, DB gravantur æqualiter, dum globi R & S deſcendunt, vel dum impeditur motus utriuſque globi per potentias applicatas radijs momentorum.*

In eâ ratione quâ planum AF minus gravatur ob minorem angulum inclin. A, magis gravatur ob maiorem gravitatem globi R: & in eâ ratione quâ planum DB magis gravatur ob maiorem angulum incl. D, minus gravatur ob minorem gravitatem globi S. ergo in prædictâ hypotheſi, plana AF, DB, gravantur æqualiter globis inæqualibus.

XXVIII. *Planum declive ac potentia, quæ per ſolum contactum impediant motum globi T (16) applicantur eidem in circumferentiâ circuli EAFH, in quam incidit diameter EF, perpendicularis plano declivi.*

Planum declive RC applicari globo T in circumferentiâ circuli EAFH, eſt indubita-

tum, quia circulus tranſit per ipſum contactum F. Idipſum oſtendo de potentiâ. Si enim globus tangantur potentiâ ad dexteram illius circuli (quem vocamus erectum) non impeditur ne flectatur ſiniſtrorum: ſi tangatur ad ſiniſtram, poteſt flecti dextrorſum. ergo non impeditur motus globi, ſi tangatur extra circumferentiam circuli erecti.

Itaque *ſupponimus* 1. Potentiam applicari globo in prædicto circulo, & applicari per merum contactum indiviſibilem, non aliter ac applicetur planum declive.

Supponimus 2. Ex ijs quæ dicemus de oneribus quibus gravantur potentiæ applicatæ extra lineam directionis IH (16) nihil poſſe inferri de momentis gravium. *Videatur cor.* 1. *prop.* 2. *& propoſitio* 3.

XXIX. *Si globo T* (16) *tangenti planum declive RC, potentia non applicetur ex eâ parte verſus quam deſcenderet; ac præterea non applicetur inter M extremum diametri LM, ad horizontem NC perpendicularis, & E ſummitatem diametri EF, perpendicularis plano RC, vel in alterutro extremorum M aut E; nequit*

quit per ſolum contactum impedire deſcenſum globi.

Si globo T potentia applicetur inter M & F, magis ponderat pars H carens impedimẽto ad deſcenſum quàm ponderet pars A. ergo ex parte H inchoaretur deſcenſus globi. Sicut autem impeditur omnis motus globi ſi potentia applicetur in E; quia niſi ex E removeatur potentia, nequit globus moveri ſurſum vel deorſum, ita impeditur ſolum deſcenſus applicando potentiam in M, vel inter M & E ex parte H; quia ut globus deſcendat ſuper RC, removenda eſt talis potentia, ſecus ut aſcendat ſuper CR. ergo propoſitio eſt vera.

Hinc *patet* 1. Contactus plani & potentiæ ſuſtinentium globum poſſe diſtare ſemicirculo, ſed non poſſe magis diſtare quàm ſemicirculo.

Patet 2. Poſitâ tantâ elevatione plani RC potentiam non poſſe magis diſtare a radio IM perpendiculari ad horizontem, quàm ſi applicetur in E.

XXX. *Si potentia quæ ſimul cum plano declivi RC ſuſtineat globum T* (16) *applicetur extra radium momenti IH;* *an-*

anguli autem FIM, KIM applicationis plani & potentiæ ſint æquales, planum & potentia gravantur æqualiter.

Contactus plani in F & potentiæ in K diſtant æqualiter a radio IM perpendiculari ad horizontem, in quo globus T cenſetur exercere gravitationem totalem. ergo planum & potentia gravantur æqualiter. Eodem modo potentia in P (17) & planum SD gravantur æqualiter globo V, ſi diſtent æqualiter a radio IM.

Hinc *patet* Menſuram ponderis totalis quod dividitur inter planum declive ac potentiam, eſſe angulum quem intercipiunt duo contactus; vel ſi contactus diſtent ſemicirculo, menſuram ponderis totalis eſſe ſemicirculum.

XXXI. *Si planum declive RC (16) ac potentia in E ſuſtineant globum T in extremis F & E eiuſdem diametri FE, non gravantur æqualiter.*

Si globus S (4) ſuſtineatur in M ab horizonte NC, ac tangatur potentiâ in E, ſcilicet in extremis eiuſdem diametri EM perpendicularis ad NC, adeoque planum & potentia eodem modo ſe habeant ad diametrum

trum EM, non propterea gravantur æqualiter: immo planum gravatur toto pondere globi S, potentia verò non gravatur ullo pondere. Ergo ſimiliter ſi planum declive RC (16) ac potentia in E ſuſtineant globum T in extremis diametri EF, & eodem modo ſe habeant ad diametrum LM, in quâ globus exercet gravitationem totalem (quia diſtantia puncti E ab L æquatur diſtantiæ puncti F ab M) non propterea gravantur æqualiter.

XXXII. *Si contactus F & E (16) plani declivis RC & potentiæ in E ſuſtinentium globum T diſtent ſemicirculo; atque hic dividatur in duos angulos FIM, EIM, per radium IM horizonti perpendicularem: pondera quibus gravantur planum & potentia ſunt reciprocè ut illi anguli.*

Si planum RC coincidat cum horizonte NC (4), planum RC vel NC gravatur toto pondere globi; ac potentia in E non gravatur ullo pondere. Si elevetur planum RC potentia in E (16) incipit gravari, planum vero RC incipit minus gravari cum proportione

tione reciprocâ ad angulos EIM, FIM. ergo &c. Si autem potentia applicetur radio GI parallelo ad horizontem, pondus quo gravatur planum RC ad pondus quo gravatur potentia in G, eſt reciprocè ut angulus rectus GIM ad angulum acutum FIM. Quia vero potentia in G æquivalet plano verticali, evidens eſt, pondus quo gravatur planum declive ad pondus quo gravatur in illa hypotheſi planum verticale, eſſe reciprocè ut angulum GIM ad FIM. Eodem argumento uti poſſumus ſi potentia vel planum faciant cum radio MI angulum maiorem vel minorem recto.

Hinc *patet*, Potentiam eo minus gravari globo T, quo magis diſtet a radio IM: adeoque minimum gravari ubi diſtantia ſit maxima.

Ad propoſitionem iſtam ſpectant ea quæ diximus *prop.* 18. (9) de globo qui ſuſtineatur duobus funiculis. Quemadmodum vero in illa hypotheſi, duo funiculi facientes angulum rectum in centro globi, æquivalent duobus planis coeuntibus in angulum rectum, vel æquivalent plano & potentiæ quorum contactus diſtent quadrante circuli: ita in caſu præſenti, duo funiculi æquivalent plano & potentiæ, quorum contactus

tactus

tactus habeant diſtantiam maiorem vel minorem (18) quàm circuli quadrantis. Maxima verò diſtantia eſt ſemicirculi *ex coroll. 1. prop. 29.*

XXXIII. *Globus T (16) incumbens plano declivi RC ac potentiâ, nequit minus gravare ipſam potentiam, quàm ſi hæc applicetur in extremo E diametri FE perpendicularis ad RC.*

Si contactus potentiæ habeat maximam diſtantiam a radio IM, pondus quo gravatur potentia eſt minimum quod poſſit ſuſtinere in tali elevatione plani, *ex cor. prop. 32.* ſed ſi potentia applicetur diametro perpendiculari ad RC habet maximam diſtantiam *ex cor. 2. prop. 29.* ergo gravatur pondere minimo quod poſſit ſuſtinere in tali elevatione plani.

XXXIV. *Partes globi T (16) quibus gravantur planum RC & potentia, mutantur ob mutationem anguli cui applicatur potentia.*

In globo T angulus FIM cui applicatur planum RC, eſt neceſſario æqualis angulo elev. C, ac prædictus angulus nequit mutari,

ri, niſi mutetur elevatio plani RC. Ex oppoſito, angulus cui applicatur potentia, non eſt neceſſario æqualis angulo inclin. R, ſed poteſt eſſe maior vel minor, adeoque eſt obnoxius mutationi, etiam non mutatâ elevatione plani RC. Quum autem nequeat mutari angulus cui applicatur potentia, quin mutetur proportio unius anguli ad alium; ac mutatâ proportione mutentur partes ponderis; conſtat veritas propoſitionis.

XXXV. *Si duæ potentiæ in E & L (19) ſuſtineant molem A ſuſpenſam in I ex funiculis EI, LI; moles A æquivalet globo (18) habenti centrum in I, potentiæ vero in E & L æquivalent potentijs quæ ſuſtineant eundem globum per funiculos.*

Hæc aſſertio coincidit cum ijs quæ diximus *poſt corollarium propoſitionis* 32. de globo quem duæ potentiæ ſuſtineant per funiculos facientes angulum in centro ipſius globi.

XXXVI. *Si duæ potentiæ in E & L (19) ſuſtineant molem A ſuſpenſam in I ex funiculis EI, LI; gravantur reci-*

procè

procè ad angulos EIB, LIB, quos funiculi faciunt cum perpendiculo BI ipſius molis.

Hæc veritas *patet ex prop. 32. & 35.* Itaque ſi angulus EIB ſit dimidius anguli LIB, ac moles A ſit trilibris, potentia in E ſuſtinet duas libras, unam potentia in L. Quia vero in diviſione gravitatis quæ ſuſtinetur duabus potentijs per funiculos EI, LI, attenditur ſola proportio anguli EIB ad angulum LIB: *patet* ſi funiculi EI, LI magis vel minus obliquentur, ita tamen ut retineant eandem proportionem angulorum, non mutari partes gravitatis quæ ſuſtinentur potentijs in E & L.

XXXVII. *Si duæ potentiæ ſuſtineant molem A (19) ſuſpenſam in I ex funiculis obliquis EI, LI, pondera partialia quibus gravantur ipſæmet potentiæ, æquivalent duabus molibus totalibus invicem ſeparatis, quæ ſint ſuſpenſæ ex funiculis perpendicularibus horizonti.*

Supponamus angulum LIB eſſe duplum anguli EIB; & ex mole A trilibri, duas libras

bras ſuſtineri potentiâ in E, unam potentiâ in L: eodem pondere gravarentur potentiæ, ſi moles A ita divideretur, ut duas libras ſuſtineret potentia in E, unam potentia in L per funiculos perpendiculares horizonti. ergo &c.

- Hinc *patet* 1. Duas potentias in E & L æquivalere uni potentiæ applicatæ in perpendiculo BI.

Patet 2. Molem A æquivalere duabus molibus ſeparatis, ſi potentiæ applicatæ in L & in E non cenſeantur una potentia totalis, quæ ſit applicata in perpendiculo BI, tranſeunte per centrum gravitatis ipſius molis. Quomodo autem potentiæ applicatæ in L & in E cenſeantur applicatæ in I, dicemus poſtea in Exegeſi de Vecte *cor.* 2. *prop.* 37.

XXXVIII. *Si in ſemicirculo ABC (36) in quo diameter AC ſit horizonti perpendicularis, rotetur cylindrus MN; ac punctum M axis cylindri ſemper congruat cum centro D: dum autem totus axis MN congruit cum radio DC, cylindrus totaliter ſuſtineatur potentiâ in puncto N, ac ſolum tangatur aliâ potentiâ*

tiâ in M; dum vero punctum N incipit promoveri verſus B, incipiat dari ſuſtentatio in M & minui in N, quantumque promovetur verſus B & A, minuatur ſuſtentatio in N & creſcat in M: Onus quo gravatur potentia in M, ad onus quo gravatur potentia in N, eſt ut angulus quem axis MN facit cum radio DC, ad angulum quem idem axis facit cum radio DA.

Dum axis MN eſt in DF, onus quo gravatur potentia applicata in N, ex hypotheſi eſt minor totali, ut angulus FDC eſt minor ſemicirculo, ſeu angulus FDC eſt menſura oneris quo non gravatur potentia in N, & angulus FDA eſt menſura oneris quo gravatur eadem potentia in N. Atqui onere quo non gravatur potentia in N gravatur ex hypotheſi potentia in M. ergo onus quo gravatur potentia in M ad totale, eſt ut angulus FDC ad ſemicirculum. adeoque dum cylindrus MN eſt in DF, onus quo gravatur potentia in M ad onus quo gravatur potentia in N, eſt ut angulus quem axis MN facit cum radio DC ad angulum quem

idem axis facit cum radio DA, ſeu eſt ut angulus FDC ad FDA.

Hinc *patet*. Si cylindrus NM coincidat cum radio BD, onera quibus gravantur potentiæ in B & D invicem æquari. Si autem cylindrus NM coincidat cum radio GD, onus quo gravatur potentia in G eſſe minus medietate ponderis cylindri, ſicut angulus GDB eſt minor quadrante BDA: & onus quo gravatur potentia in D eſſe maius medietate, ut angulus GDC eſt maior quadrante BDC.

EXE-

Digitized by Google

EXEGESIS PHYSICOMATHEMATICA

De Vecte.

VEctis eſt palus ſolidus, pondere ſeu mole gravi onuſtus, fulcro ac potentiâ innixus, quem potentia ipſa determinat ad motum vel ad quietem. Si fulcrum ſit medium inter potentiam & pondus, vectis dicitur primi generis. Si pondus mediet inter fulcrum & potentiam, vectis dicitur ſecundi generis. Si potentia mediet inter fulcrum & pondus, vectis dicitur tertij generis: quos vectes, brevitatis gratia, primum, ſecundum ac tertium nuncupabimus. Nunquam autem ſupponemus vectes quieſcere, quin ſimul maneant in ſitu parallelo ad horizontem; ac nomine molium quibus gravantur vectes, accipiemus moles homogeneas, ut eandem proportionem habeant in gravitate, quam habent in magnitudine.

PROPOSITIONES

Cum ſuis demonſtrationibus.

I. *SI vectis primus AC (21) maneat immotus, potentia C gerit munus ponderis.*

In hac hypotheſi, potentia C ita premit partem vectis CB, ut ipſa pars CB nequeat attolli, & altera pars AB quam premit moles A nequeat deprimi. & idcirco fulcrum B gravatur mole A & potentiâ C tanquam duplici pondere. ergo &c.

Hinc *patet*. In vecte primo AC dari unum fulcrum B inter duo pondera A & C. Quæ autem dicuntur de potentiâ C æquivalente ponderi, dum vectis AC manet immotus, habent locum a fortiori, dum potentia C deprimit partem CB cui applicatur.

II. *Si vectis tertius AB (23) maneat immotus, fulcrum B gerit munus ponderis, & potentia C gerit munus fulcri.*

Fulcrum B ita premit partem vectis BC, ut hæc nequeat attolli, & altera pars AC quam premit moles A nequeat deprimi. ergo fulcrum B gerit munus ponderis. Sicut

Sicut autem fulcrum B ſuſtinens vectem primum gravatur mole A & potentiâ C tanquam duplici pondere, ita potentia C ſuſtinens vectem tertium AB, gravatur mole A & fulcro B tanquam duplici pondere. ergo potentia C gerit munus fulcri.

Hinc *patet*. In vecte tertio dari unum fulcrum inter duo pondera ſicut in vecte primo; adeoque vectem tertium reduci ad primum.

III. *Si vectis ſecundus BC* (22) *maneat immotus, potentia C gerit munus fulcri.*

Sicut fulcrum B ſuſtinet partem molis A, & impedit ne deprimatur vectis ex parte B, ita potentia C ſuſtinet partem molis A, & impedit ne deprimatur vectis ex parte C. ergo potentia C gerit munus fulcri.

Hinc *patet* 1. In vecte ſecundo BC dari unum pondus inter duo fulcra.

Patet 2. Gravitationem diſtingui a pondere ſed æquivalére ponderi. Nam in vecte primo, potentia gravat fulcrum quaſi ipſa eſſet pondus; & ipſammet potentia gravatur, quaſi ſuſtineret pondus æquale illi quo gravat fulcrum. In vecte tertio, fulcrum gravat potentiam quaſi illud eſſet pondus;

gravant autem iuxta menſuram ſuarum gravitationum. Propterea onus quo premitur fulcrum in vecte primo, æquatur gravitati ponderis & gravitationi potentiæ; in vecte tertio, onus quo premitur potentia æquatur gravitati ponderis & gravitationi fulcri. Quia verò in vecte ſecundo, loco duplicis fulcri poteſt adhiberi duplex potentia; & in vectibus primo ac tertio, loco unius fulcri poteſt adhiberi una potentia: *Patet 3.* Ea quæ dicta ſunt de fulcris, æque intelligi poſſe de potentijs.

IV. *Vectis primus AC (24) & vectis ſecundus DE poſſunt ita coaptari, ut duo fulcra D & E vectis ſecundi DE ſuſtinentia unum pondus F, reſpectu unius fulcri B vectis primi AC exerceant munus duorum ponderum A & C, quæ ſimul ſumpta æquentur uni ponderi F vectis ſecundi DE.*

Vectis ſecundus DE habens in medio pondus F ſuſtineatur duobus funiculis AD & CE tanquam fulcris: ac funiculi qui erga vectem primum AC gerunt munus ponderum, alligentur eidem vecti primo AC,

quem

quem in figura fecimus ęqualem alteri vecti, & ſuſpendimus in medio ex alio funiculo B tanquam ex fulcro. Diſtantiæ AB & DF funiculi AD ſint æquales; ac ſimiliter diſtantiæ CB & EF funiculi CE ſint æquales: diſtantiæ tamen CB, EF ſint majores diſtantijs AB, DF, ex. gr. earum duplæ: Manifeſtum eſt, duo fulcra D & E vectis ſecundi DE ita gravari & urgeri deorſum uno pondere F, ſicut fulcrum B vectis primi AC gravatur duobus funiculis A & C, tanquam ponderibus.

Hinc *patet* 1. Duo pondera A & C (24) vectis primi AC æquivalere uni ponderi F vectis ſecundi DE; & unum fulcrum B vectis primi AC æquivalere duobus fulcris D & E vectis ſecundi DE: neque obſtare quòd fulcrum ſit inter pondera in vecte primo, pondus vero ſit inter fulcra in vecte ſecundo.

Patet 2. ad oculum, duos funiculos AD, CE, diſtantes a mole F, quam ſuſtinent mediante vecte DE, æquivalere uni funiculo B, cuius perpendiculum incidit in centrum gravitatis molis F. Conferatur hæc doctrina cum ijs quæ diximus *coroll. 1. prop. 37. de Momentis Gravium*.

V. *In vecte primo AC* (25) *poſſunt dari duo fulcra B & D ſicut in vecte ſecundo BC* (26); *in hoc autem poſſunt dari duo pondera ſicut in vecte primo.*

In vecte primo AC duo fulcra ſint duo funiculi B & D; in vecte ſecundo BC duo pondera ſint A & E, patet veritas aſſertionis.

VI. *Vnum fulcrum B* (32) *vectis primi AC exercet munus duplicis fulcri, & una moles A* (28) *vectis ſecundi AC exercet munus duplicis molis.*

Sicut in vecte primo AC (32) moles C nequit eſſe moles A; ita ſuſtentatio quam fulcrum B adhibet erga molem C, nequit eſſe ſuſtentatio quam idem fulcrum adhibet erga molem A. ergo unum fulcrum adhibet duas ſuſtentationes & gerit munus duplicis fulcri. Rurſus, ſicut in vecte ſecundo BC (28) fulcrum B non eſt fulcrum C, ita pars molis A quam ſuſtinet fulcrum B non eſt pars quam ſuſtinet fulcrum C. ergo partes diverſæ molis A quæ ſuſtinentur fulcris C & B exercent munus duplicis molis. Itaque vectis primus reipsâ non differt a ſecundo.

VII. *In*

VII. *In vecte ſecundo BC (28) ad horizontem parallelo, unumquodque fulcrum gravatur mole A homologè ad diſtantiam alterius fulcri ab ipsâ mole.*

Vectis ſecundus BC ſuſtineatur fulcris B & C, moles vero A ſit primo in C (27) deinde removeatur verſus B (28) ac paulatim eò (29) perveniat. Onus quo premitur fulcrum C eſt ut diſtantia inter molem A & fulcrum B. nam ubi hæc diſtantia ſit eadem cum diſtantiâ fulcrorum B & C (27) adeoque ſit diſtantia totalis ob centrum gravitatis molis A & punctum applicationis fulcri C incidentia in idem perpendiculum; onus quo premitur fulcrum C eſt totale; ſi diſtantia ſit dimidia diſtantiæ totalis, onus eſt dimidium oneris totalis, ſi nulla (29) nullum: Onus autem incipit eſſe totale, dimidium aut nullum, ubi diſtantia inter molem A & fulcrum B incipiat eſſe totalis, dimidia vel nulla. ergo totum onus diſtribuitur æqualiter in totam longitudinem quam intercipiunt fulcra B & C, ac participatur a fulcro C cum proportione ad diſtantiam molis a fulcro B. Eodem arguendi modo evincitur, onus quo premitur fulcrum B eſſe ut diſtantiam molis a fulcro C.

Suppo-

Supponimus loca molis, fulcri, & potentiæ eſſe rectas horizonti perpendiculares, quæ tranſeant per centrum gravitatis molis, & per puncta applicationum fulcri & potentiæ. Quælibet autem horizonti parallela, ſecans tria illa perpendicula, oſtendere poteſt diſtantiam molis, fulcri & potentiæ, *ut dicemus prop.* 17.

VIII. *In vecte ſecundo BC (28) ad horizontem parallelo, fulcra B & C gravantur mole A reciprocè ad ſuas diſtantias BA & CA.*

Onus quo fulcrum C gravatur a mole A eſt ut diſtantia BA fulcri B a mole A; & onus quo gravatur fulcrum B eſt ut diſtantia CA fulcri C ab eadem mole A *ex prop.*7. Sed hoc præcisè ſignificamus dum dicimus, onera quibus gravantur fulcra B & C eſſe reciprocè ut diſtantias BA, CA. ergo &c. Itaque ſi diſtantia fulcri B (28) a mole A ſit dupla diſtantiæ fulcri C ab eâdem mole, onus quo gravatur fulcrum C eſt duplum eius quo gravatur fulcrum B. Ratio univerſalis eſt, quia in eâ ratione quâ diſtantia BA eſt minor diſtantiâ CA, virtus & conatus quo fulcrum B impedit deſceſſum molis A eſt major virtute & conatu quo fulcrum C

impe-

impedit deſcenſum ipſius molis A; ſingula vero fulcra gravantur mole A homologè ad virtutem & conatum quo impediunt eius deſcenſum.

IX. *In vecte ſecundo BC (28) non attenditur eius longitudo abſoluta, ſed ſola ratio diſtantiæ BA fulcri B a mole A, ad diſtantiam CA fulcri C ab ipſâ mole.*

Supponimus longitudinem abſolutam in vecte ſecundo deſumi ex diſtantiâ fulcrorum, in vecte primo ex diſtantiâ ponderum. Si fulcrum C (27) non habeat ullam diſtantiam a mole A, fulcrum vero B diſtet longitudine totius vectis BC, fulcrum C gravatur onere totali, fulcrum B non gravatur ullo onere quæcumque ſit longitudo abſoluta vectis. Si diſtantia BA (28) ſit dupla diſtantiæ CA, onus quod gravat fulcrum C eſt duplum eius quod gravat fulcrum B: nec refert quænam ſint longitudines abſolutæ BA & CA, dummodo illa ſit dupla huius. ergo &c. Eodem modo in vecte primo AC non attenditur longitudo eius abſoluta, ſed ſola ratio diſtantiæ ponderum A & C a fulcro B.

X. Si

X. *Si fulcra B & C detineant immotum vectem ſecundum BC* (28) *exercent conatus & ſuſtentationes æquales partibus molis A quas ſuſtinent.*

Fulcrum C (27) a quo pondus A non habeat ullam diſtantiam, exercet ſuſtentationem totalem, ac ſuſtinet totam molem A; fulcrum vero B, quod in tali caſu diſtat a mole A longitudine totius vectis BC, non exercet ullam ſuſtentationem, & nihil ſuſtinet de ipsâ mole A. Si hæc ſit in medio, utrumque fulcrum exercet ſuſtentationem dimidiam totalis ſuſtentationis, & ſuſtinet medietatem ipſius molis. ergo ſi diſtantia molis a fulcro B (28) ſit dupla diſtantiæ a fulcro C, ſuſtentatio quam adhibet fulcrum B eſt dimidia ejus quam adhibet fulcrum C, non minùs quàm pars molis ſuſtentata fulcro B, ſit dimidia ejus quæ ſuſtinetur fulcro C: adeoque ſuſtentationes æquantur partibus molis quæ ſuſtinentur.

XI. *Fulcra B & C vectis ſecundi BC* (28) *erga molem A exercent ſuſtentationes reciprocas diſtantiarum BA, CA.*

Suſtentationes *ex prop. 9.* ſunt æquales parti-

partibus molis A quæ ſuſtinentur. Sed partes quæ ſuſtinentur ſunt reciprocæ diſtantiarum *ex prop.*8. ergo ſuſtentationes ſunt reciprocæ diſtantiarum.

XII. *Si in vecte ſecundo BC (30) dentur duæ moles inæquales A & E, ac ſuſtentationem æqualem moli A exerceat fulcrum C, ſuſtentationem æqualem moli E, fulcrum B: moles ſunt reciprocæ diſtantiarum AC, EB a ſuis fulcris.*

In vecte BC moles A & E (31) ſint æquales & ſingulæ ſint trilibres. moles A diſtet uno palmo a fulcro C, moles E diſtet duobus palmis a fulcro B: fulcrum C gravatur quatuor libris, duabus fulcrum B *ex prop.*8. E converſo ſi moles A (30) ſit quadrilibris & moles E bilibris, ac ſupponamus molem A ſuſtineri fulcro C, molem E fulcro B; fulcrum C gravatur quatuor libris, fulcrum B duabus libris. ergo &c.

Hinc *patet* 1. Si ſuſtentationes quas exercent fulcra C & B (30) æquentur molibus A & E inæqualibus, æquè impoſſibile eſſe ut vectis BC deprimatur ex parte C, mole majori A; quàm ut deprimatur ex parte B, mole minori E. nam pars CA ita nequit deprimi

primi mole A, quæ fulcro C magis ſuſtinetur in eâ ratione qua eſt major; ſicut pars BE nequit deprimi mole E, quæ minùs ſuſtinetur fulcro B in eâ ratione qua eſt minor.

Patet 2. Fulcrum C (30) impediens motum molis A magis gravari, quàm gravetur fulcrum B impediens motum molis E.

XIII. *Poſitâ ratione reciprocâ inter moles & diſtantias earum a fulcris, æquè impoſſibilis eſt motus in vecte primo (32) & in vecte ſecundo.* (28)

Ex prop. 4. *&* 6. Vectis primus AC (24) non differt a vecte ſecundo DE. ergo ratio reciproca eodem modo reddit impoſſibilem motum in uno & in altero.

Hinc *patet* 1. In vecte primo AC (32) moles inæquales non moveri, quia fulcrum B exercet ſuſtentationes æquales earum gravitati; & ideo ſicut ſuſtentationes ita & gravitates molium ſunt reciprocæ diſtantiarum. Quum itaque in eâ ratione qua moles A eſt gravior aliâ, magis impediatur ne deprimat vectem, quia magis ſuſtinetur fulcro B, & moles C minus impediatur quia minus ſuſtinetur eodem fulcro B; ſequitur æquè impoſſibilem eſſe motum unius, ac motum alterius.

Quia

Quia verò carentia impedimenti quæ ineſt moli C(32)ut deprimat vectem eò eſt major, quo minus ſuſtinetur eadem moles C; eò autem minus ſuſtinetur quo major fuerit ejus diſtantia à fulcro: *Patet* 2. Carentias impedimenti eſſe ut diſtantias molium à fulcro.

Patet 3. Si moles non ſint reciprocæ diſtantiarum, ſed in mole C (32) ex.gr. detur aliquid plus gravitatis quàm patiatur ipſamet ratio reciproca; ab eo ſolo deprimi partem BC vectis primi AC.

Patet 4. Si in vecte primo AC (45) moles C & A ſint æquales, ſed moles C magis diſtet a fulcro B quàm moles A, molem C deſcendere, quia ſuſtentatio quam fulcrum adhibet erga molem C eſt minor ipſâ mole C.

Patet 5. Nunquàm conſiderari vectem niſi relativè ad diſtantias, quas duo fulcra habent ab unâ mole, vel duæ moles ab uno fulcro. adeoque ut palo conveniat ratio adæquata vectis, debent ei applicari vel duo fulcra & una moles, vel duæ moles & unum fulcrum; & præterea, in vecte ſecundo, applicationes utriuſque fulcri & centrum gravitatis molis debent incidere in perpendicula diverſa: in vectibus autem primo ac

tertio,

tertio, centrum gravitatis utriuſque molis & applicatio fulcri debent incidere in diverſa perpendicula.

XIV. *In vecte primo AC fulcrum B æquè gravatur molibus A & C habentibus diſtantias reciprocas, quemadmodum gravarentur ſi non haberent ullas diſtantias.*

Vectis primus AC (38) in quo moles A & C ſint reciprocæ diſtantiarum a fulcro B, ſuſpendatur ex ſtaterâ per funiculum B tanquam per fulcrum; ac rurſus vectis ipſe cum eiſdem molibus collectis in faſcem ſuſpendatur ex eâdem ſtaterâ. hæc in utroque caſu gravatur æqualiter. ergo aſſertio eſt evidens experientiâ.

Hinc *patet* 1. Vnum fulcrum in vecte primo æquivalere duabus potentijs non habentibus ullam diſtantiam a molibus quas ſuſtinent; & duas moles æquivalere uni moli non habenti ullam diſtantiam a fulcro quo ſuſtinetur: Similiter *conſtat* in vecte ſecundo, unam molem æquivalere duabus molibus non habentibus ullam diſtantiam a fulcris quibus ſuſtinentur; & duo fulcra æquivalere uni potentiæ, non habenti ullam

di-

diſtantiam a mole quam ſuſtinet.

Patet 2. In vecte primo AC (32) molem A non ſuſtineri mole C. Si autem diſtantia CB ad diſtantiam AB ſit reciprocè major quam moles A ad molem C (adeòque ratio molis C ad molem A ſit reciprocè major quàm ratio diſtantiæ AB ad diſtantiam CB) & propterea moles C deſcendat; diſtantia illa molis C major quam reciproca, non confert moli C majorem virtutem quàm haberet ſi diſtantia eſſet ſolum reciproca, ſed impedit ne fulcrum B ſuſtineat partem illam molis C, ex quâ oritur ut ratio molis C ad molem A ſit reciprocè major, quàm diſtantia AB ad diſtantiam CB. Sublatâ vero tali ſuſtentatione, pars illa molis C quæ non ſuſtinetur fulcro B deprimit partem CB, & attollit partem AB vectis AC.

Patet 3. Moles A & C (32) eo quòd diſtent a fulcro B reciprocè ad ſuas gravitates, non fieri æquiponderantes; nec momentum partiale molis minoris augeri, ut fiat æquale momento partiali molis majoris. Quamvis autem legamus apud probatiſſimos Mechanicos: *Gravia reciproca ſuarum diſtantiarum a fulcro æquale momentum habere, & æquiponderare*; non propterea illi autores nobis adverſantur. ſolum quippe

ſignificant, in eâ in quâ ſunt poſitione, Gravia illa æquilibrata conquieſcere, ac ſurſum vel deorſum non moveri.

XV. *Si vectis primus AC (21) maneat immotus, moles A non ſuſtinetur potentiâ C.*

Potentia C æquivalet ponderi *ex prop.* 1. ſed pondus ac moles A (32) non ſuſtinetur mole C *ex coroll.* 2. *prop.* 14. ergo moles A (21) non ſuſtinetur potentiâ C.

Hinc *patet* 1. Non dari ſufficiens fundamentum ut dicatur, tantundem augeri virtutem potentiæ, quantum augetur diſtantia ejus a fulcro. Nam incrementum diſtantiæ affert potentiæ hanc ſolam utilitatem, ut debeat æquivalere ponderi minori.

Patet 2. In vecte tertio AB (23) in quo fulcrum B gerit munus ponderis, & potentia C gerit munus fulcri *ex prop.* 2. Potentiam C gravari mole A & fulcro B reciprocè ad diſtantias ipſius potentiæ a mole & a fulcro. Si ergo diſtantia BC ſit dupla diſtantiæ AC, & moles A ſit trilibris, potentia C gravatur pondere quatuor librarum cum dimidiâ. Similiter in vecte primo AC (21) in quo potentia C gerit munus ponderis *ex prop.* 1. fulcrum B gravatur mole A

&

& potentiâ C reciprocè ad diſtantias ipſius fulcri a mole & a potentiâ. Si ergo diſtantia CB ſit dupla diſtantiæ AB, & moles A ſit trilibris, fulcrum B gravatur in univerſum pondere quatuor librarum cum dimidiâ; potentia vero non ſuſtinet molem A, ſed ſolum impedit ne ab eâ deprimatur pars AB & elevetur pars CB vectis primi AC; impedit autem premendo partem CB per conatum æqualem ei quo ſuſtineret pondus ſeſquilibre, dimidium ponderis trilibris. In vecte ſecundo BC (22) in quo potentia C gerit munus fulcri *ex prop.3.* potentia ipſa C & fulcrum B gravantur reciprocè ad ſuas diſtantias a mole A *ex prop.* 11. Itaque ſi diſtantia CA ſit dupla diſtantiæ BA, & moles A ſit trilibris, potentia C gravatur pondere dimidio eius quo gravatur fulcrum B; nimirum potentia gravatur vnâ librâ, fulcrum gravatur duabus libris.

XVI. *Si eandem rationem habeant diſtantia ponderis a potentiâ ad diſtantiam fulcri ab eadem potentiâ in vecte tertio AB* (23)*; diſtantia ponderis a fulcro ad diſtantiam potentiæ ab eodem fulcro in vecte primo AC* (21)*; diſtantia ful-*

cri a pondere ad diſtantiam potentiæ ab eodem pondere in vecte ſecundo BC (22); pondera vero quæ applicantur ſingulis vectibus & detinentur immota per potentias ſint æqualia: potentia minimùm gravatur in vecte ſecundo, magis gravatur in vecte primo, maximè gravatur in tertio.

Si prior diſtantia ſit dimidia poſterioris, & pondus applicatum ſingulis vectibus ſit trilibre; in vecte ſecundo BC potentia C ſuſtinet unam libram, in vecte primo AC potentia æquivalet ponderı ſeſquilibræ; in vecte tertio AB potentia ſuſtinet onus quatuor librarum cum dimidiâ, ut jam diximus *coroll.* 2. *prop.* 15. ergo &c. Si autem diſtantiæ permutentur; videlicet quæ erant dimidiæ fiant duplæ & viceverſâ, duplicatur pondus quo gravantur ſingulæ potentiæ.

XVII. *Vectis primus AC* (48) *eſt pars circumferentiæ circuli ad horizontem paralleli.*

Circulus EFG referat orbem terraqueum: arcus vero AC parallelus ad EF ſit vectis primus. rectæ AD, CD, BD ſint perpendi-

Digitized by Google

cula demiſſa ex centro gravitatis duorum ponderum in A & C, & ex puncto applicationis fulcri B, quæ perpendicula coeant in D centro Vniuerſi.

Diſtantias radiorum AD, CD, BD, qui coeunt in D cognoſcimus per angulos ADB, CDB, vel per arcus AB, CB. nam ex 33. *VI*. arcus illi ſunt ut anguli. Similiter itaque diſtantias trium perpendiculorum quæ demittantur ex centro gravitatis molium A & C & ex puncto applicationis fulcri B debemus cognoſcere per angulos ADB, CDB, quos perpendicula faciunt in D centro Vniverſi; vel per arcus AB, CB, qui ſunt partes circumferentiæ circuli. Atqui nos non poſſumus cognoſcere angulos quos perpendicula faciunt in centro Mundi; & loco arcuum AB, CB, adhibemus vectem AC. ergo vectis eſt arcus ſeu eſt pars circumferentiæ circuli, cuius centrum eſt idem cum centro Mundi. ſed etiam linea horizontalis EF eſt pars circumferentiæ circuli, cujus centrum eſt idem cum centro Mundi ut ſupponimus. ergo vectis primus AC & linea horizontalis ei ſubjecta, ſunt partes circumferentiæ circulorum parallelorum. Ea vero quæ dicta ſunt de vecte primo, habent locum in reliquis duobus.

unum centrum gravitatis, quod ſit ambabus & ſolis ipſis commune.

Moles A & C habent reſpectu fulcri rationem unius molis indiviſæ, & exercent unam communem ac totalem gravitationem *ex prop.* 18. ſed hoc ſignificamus, dum dicimus habere moles illas centrum gravitatis commune. ergo &c.

Hinc *patet* 1. Momenta molium A & C ſingillatim ſumpta eſſe partialia, ut ea nuncupavimus *cor.* 3. *prop.* 14.

Patet 2. In molibus A & C non poſſe dari unum centrum gravitatis commune, niſi habeant rationem unius molis, & exerceant unam communem gravitationem.

Quia verò perpendiculum per quod funiculus conatur deprimere potentiam incidit in ipſum funiculum: *Patet* 3. centrum gravitatis commune molium A & C eſſe in perpendiculo ipſius funiculi.

Si ergo centra globorum A & C coniungantur rectâ horizonti parallelâ, & perpendiculum fulcri producatur in D: *Patet* 4. Globos illos centrum commune gravitatis habere in D, ſeu ſint æquales (37) & habeant à fulcro æquales diſtantias, ſeu ſint inæquales (38) & habeant diſtantias reciprocas.

XX. *In*

XX. *In vecte ſecundo BC (28) moles A non cenſetur habere unum centrum gravitatis commune toti moli, niſi fulcra B & C cenſeantur unum fulcrum.*

Si fulcra B & C non cenſeantur unum fulcrum, una moles habet rationem duarum molium ſeparatarum *ex cor. 2. prop. 37. de mom.* ergo *ex cor. 2. prop.* 19. una moles non habet centrum gravitatis commune toti moli.

Hinc *patet* 1. Fulcra cenſeri applicata in perpendiculo centri gravitatis molis. nam in eodem perpendiculo moles exercet conatum deſcendendi æqualem ſuæ gravitati, & fulcra exercent virtutem impediendi deſcenſum molis, æqualem conatui eiuſdem molis.

Quia vero fulcra gerunt munus potentiarum *ex cor. 3. prop. 3. Patet* 2. In molibus immotis quomodolibet colligatis non dari centrum gravitatis commune, ſi moles illæ non cenſeantur una moles, ac potentiæ ſuſtinentes molem non cenſeantur una potentia.

XXI. *Si globi T & V (14) incumbentes plenis declivibus AB AF, alligen-*

unum centrum gravitatis, quod ſit ambabus & ſolis ipſis commune.

Moles A & C habent reſpectu fulcri rationem unius molis indiviſæ, & exercent unam communem ac totalem gravitationem *ex prop.* 18. ſed hoc ſignificamus, dum dicimus habere moles illas centrum gravitatis commune. ergo &c.

Hinc *patet* 1. Momenta molium A & C ſingillatim ſumpta eſſe partialia, ut ea nuncupavimus *cor.* 3. *prop.* 14.

Patet 2. In molibus A & C non poſſe dari unum centrum gravitatis commune, niſi habeant rationem unius molis, & exerceant unam communem gravitationem.

Quia verò perpendiculum per quod funiculus conatur deprimere potentiam incidit in ipſum funiculum: *Patet* 3. centrum gravitatis commune molium A & C eſſe in perpendiculo ipſius funiculi.

Si ergo centra globorum A & C coniungantur rectâ horizonti parallelâ, & perpendiculum fulcri producatur in D: *Patet* 4. Globos illos centrum commune gravitatis habere in D, ſeu ſint æquales (37) & habeant à fulcro æquales diſtantias, ſeu ſint inæquales (38) & habeant diſtantias reciprocas.

XX. *In*

XX. *In vecte ſecundo BC (28) moles A non cenſetur habere unum centrum gravitatis commune toti moli, niſi fulcra B & C cenſeantur unum fulcrum.*

Si fulcra B & C non cenſeantur unum fulcrum, una moles habet rationem duarum molium ſeparatarum *ex cor.* 2. *prop.* 37. *de mom.* ergo *ex cor.* 2. *prop.* 19. una moles non habet centrum gravitatis commune toti moli.

Hinc *patet* 1. Fulcra cenſeri applicata in perpendiculo centri gravitatis molis. nam in eodem perpendiculo moles exercet conatum deſcendendi æqualem ſuæ gravitati, & fulcra exercent virtutem impediendi deſcenſum molis, æqualem conatui eiuſdem molis.

Quia vero fulcra gerunt munus potentiarum *ex cor.* 3. *prop.* 3. *Patet* 2. In molibus immotis quomodolibet colligatis non dari centrum gravitatis commune, ſi moles illæ non cenſeantur una moles, ac potentiæ ſuſtinentes molem non cenſeantur una potentia.

XXI. *Si globi T & V (14) incumbentes plenis declivibus AB AF, alligen-*

unum centrum gravitatis, quod ſit ambabus & ſolis ipſis commune.

Moles A & C habent reſpectu fulcri rationem unius molis indiviſæ, & exercent unam communem ac totalem gravitationem *ex prop.* 18. ſed hoc ſignificamus, dum dicimus habere moles illas centrum gravitatis commune. ergo &c.

Hinc *patet* 1. Momenta molium A & C ſingillatim ſumpta eſſe partialia, ut ea nuncupavimus *cor.* 3. *prop.* 14.

Patet 2. In molibus A & C non poſſe dari unum centrum gravitatis commune, niſi habeant rationem unius molis, & exerceant unam communem gravitationem.

Quia verò perpendiculum per quod funiculus conatur deprimere potentiam incidit in ipſum funiculum: *Patet* 3. centrum gravitatis commune molium A & C eſſe in perpendiculo ipſius funiculi.

Si ergo centra globorum A & C coniungantur rectâ horizonti parallelâ, & perpendiculum fulcri producatur in D: *Patet* 4. Globos illos centrum commune gravitatis habere in D, ſeu ſint æquales (37) & habeant à fulcro æquales diſtantias, ſeu ſint inæquales (38) & habeant diſtantias reciprocas.

XX. *In vecte ſecundo BC (28) moles A non cenſetur habere unum centrum gravitatis commune toti moli, niſi fulcra B & C cenſeantur unum fulcrum.*

Si fulcra B & C non cenſeantur unum fulcrum, una moles habet rationem duarum molium ſeparatarum *ex cor. 2. prop. 37. de mom.* ergo *ex cor. 2. prop.* 19. una moles non habet centrum gravitatis commune toti moli.

Hinc *patet* 1. Fulcra cenſeri applicata in perpendiculo centri gravitatis molis, nam in eodem perpendiculo moles exercet conatum deſcendendi æqualem ſuæ gravitati, & fulcra exercent virtutem impediendi deſcenſum molis, æqualem conatui eiuſdem molis.

Quia vero fulcra gerunt munus potentiarum *ex cor. 3. prop. 3. Patet* 2. In molibus immotis quomodolibet colligatis non dari centrum gravitatis commune, ſi moles illæ non cenſeantur una moles, ac potentiæ ſuſtinentes molem non cenſeantur una potentia.

XXI. *Si globi T & V (14) incumbentes plenis declivibus AB AF, alligen-*

unum centrum gravitatis, quod ſit ambabus & ſolis ipſis commune.

Moles A & C habent reſpectu fulcri rationem unius molis indiviſæ, & exercent unam communem ac totalem gravitationem *ex prop.* 18. ſed hoc ſignificamus, dum dicimus habere moles illas centrum gravitatis commune. ergo &c.

Hinc *patet* 1. Momenta molium A & C ſingillatim ſumpta eſſe partialia, ut ea nuncupavimus *cor.* 3. *prop.* 14.

Patet 2. In molibus A & C non poſſe dari unum centrum gravitatis commune, niſi habeant rationem unius molis, & exerceant unam communem gravitationem.

Quia verò perpendiculum per quod funiculus conatur deprimere potentiam incidit in ipſum funiculum: *Patet* 3. centrum gravitatis commune molium A & C eſſe in perpendiculo ipſius funiculi.

Si ergo centra globorum A & C coniungantur rectâ horizonti parallelâ, & perpendiculum fulcri producatur in D: *Patet* 4. Globos illos centrum commune gravitatis habere in D, ſeu ſint æquales (37) & habeant à fulcro æquales diſtantias, ſeu ſint inæquales (38) & habeant diſtantias reciprocas.

Digitized by Google

XX. *In vecte ſecundo BC (28) moles A non cenſetur habere unum centrum gravitatis commune toti moli, niſi fulcra B & C cenſeantur unum fulcrum.*

Si fulcra B & C non cenſeantur unum fulcrum, una moles habet rationem duarum molium ſeparatarum *ex cor. 2. prop. 37. de mom.* ergo *ex cor. 2. prop. 19.* una moles non habet centrum gravitatis commune toti moli.

Hinc *patet* 1. Fulcra cenſeri applicata in perpendiculo centri gravitatis molis, nam in eodem perpendiculo moles exercet conatum deſcendendi æqualem ſuæ gravitati, & fulcra exercent virtutem impediendi deſcenſum molis, æqualem conatui eiuſdem molis.

Quia vero fulcra gerunt munus potentiarum *ex cor. 3. prop. 3.* *Patet* 2. In molibus immotis quomodolibet colligatis non dari centrum gravitatis commune, ſi moles illæ non cenſeantur una moles, ac potentiæ ſuſtinentes molem non cenſeantur una potentia.

XXI. *Si globi T & V (14) incumbentes plenis declivibus AB AF, alligen-*

ori a pondere ad diſtantiam potentiæ ab eodem pondere in vecte ſecundo BC (22); pondera vero quæ applicantur ſingulis vectibus & detinentur immota per potentias ſint æqualia: potentia minimùm gravatur in vecte ſecundo, magis gravatur in vecte primo, maximè gravatur in tertio.

Si prior diſtantia ſit dimidia poſterioris, & pondus applicatum ſingulis vectibus ſit trilibre; in vecte ſecundo BC potentia C ſuſtinet unam libram, in vecte primo AC potentia æquivalet ponderi ſeſquilibræ; in vecte tertio AB potentia ſuſtinet onus quatuor librarum cum dimidiâ, ut jam diximus *coroll.* 2. *prop.* 15. ergo &c. Si autem diſtantiæ permutentur; videlicet quæ erant dimidiæ fiant duplæ & viceverſâ, duplicatur pondus quo gravantur ſingulæ potentiæ.

XVII. *Vectis primus AC* (48) *eſt pars circumferentiæ circuli ad horizontem paralleli.*

Circulus EFG referat orbem terraqueum: arcus vero AC parallelus ad EF ſit vectis primus. rectæ AD, CD, BD ſint perpendicula

cula demiſſa ex centro gravitatis duorum ponderum in A & C, & ex puncto applicationis fulcri B, quæ perpendicula coeant in D centro Vniuerſi.

Diſtantias radiorum AD, CD, BD, qui coeunt in D cognoſcimus per angulos ADB, CDB, vel per arcus AB, CB. nam *ex 33. VI.* arcus illi ſunt ut anguli. Similiter itaque diſtantias trium perpendiculorum quæ demittantur ex centro gravitatis molium A & C & ex puncto applicationis fulcri B debemus cognoſcere per angulos ADB, CDB, quos perpendicula faciunt in D centro Vniverſi; vel per arcus AB, CB, qui ſunt partes circumferentiæ circuli. Atqui nos non poſſumus cognoſcere angulos quos perpendicula faciunt in centro Mundi; & loco arcuum AB, CB, adhibemus vectem AC. ergo vectis eſt arcus ſeu eſt pars circumferentiæ circuli, cuius centrum eſt idem cum centro Mundi. ſed etiam linea horizontalis EF eſt pars circumferentiæ circuli, cujus centrum eſt idem cum centro Mundi ut ſupponimus. ergo vectis primus AC & linea horizontalis ei ſubjecta, ſunt partes circumferentiæ circulorum parallelorum. Ea vero quæ dicta ſunt de vecte primo, habent locum in reliquis duobus.

 Ex

Ex his *patet* 1. Vectes eſſe rectilineos eo modo quo plana horizontalia, nimirum ad ſenſum dumtaxat, ob immenſam diſtantiam a centro Vniverſi. Et ob eandem rationem perpendicula ſunt ad ſenſum invicem parallela, *ut monuimus prop. 7. de Momentis*.

Patet 2. Si in vecte primo ABD (39) pars AB ſit parallela horizonti, pars BD ſit elevata ſupra horizontem, productâ AB in C demittendum eſſe perpendiculum DC. nam moles cenſebitur eſſe in C; & ut vectis maneat immotus, moles C ad molem A debebit eſſe reciprocè ut AB ad CB. Hæc doctrina proportionaliter applicanda eſt vecti, cujus utrumque brachium ſit elevatum ſupra horizontem.

Si autem vectis primus ABD ſit intra ſemicirculum (40) adeoque conſtet radijs AB BD æqualibus: *Patet* 3. diſtantiam AB eſſe majorem diſtantiâ CB, ob perpendiculum DC cadens intra radium BE. Vt ergo vectis maneat immotus, moles C ad molem A debet eſſe reciprocè ut AB ad CB.

Demum ſi in vecte primo ABD (52) brachium BD elevatum faciat angulum rectum cum plano declivi DF; *Patet* 4. Impetum quo globus conatur deprimere brachium DB, eſſe majorem impetu quo conatur deſcen-

ſcendere ſuper plano DF ; quia ille provenit a tota gravitate, iſte vero a parte gravitatis. immo *ex prop*.15. *de Mom*. primus impetus ad ſecundum, eſt ut angulus rectus ad angulum elevationis.

XVIII. *Si in vecte primo AC* (38) *moles A & C reciprocæ diſtantiarum a fulcro B maneant immotæ, habent reſpectu fulcri rationem unius molis indiviſæ, & exercent unam & communem gravitationem, æqualem gravitatibus molium A & C ſimul ſumptis*.

In vecte AC, loco fulcri adhibeatur funiculus, qui liberè pendeat in aere, ac ſuſtineatur potentiâ : hæc gravatur funiculo, tanquam ſi totæ gravitates molium A & C eſſent in ipſo funiculo. ſed ſi eſſent in funiculo haberent reſpectu funiculi rationem unius molis, & exercerent unam communem & totalem gravitationem. ergo tota propoſitio eſt vera.

XIX. *Si in vecte primo AC* (38) *moles A & C reciprocæ diſtantiarum a fulcro B maneant immotæ, habent*

unum centrum gravitatis, quod ſit ambabus & ſolis ipſis commune.

Moles A & C habent reſpectu fulcri rationem unius molis indiviſæ, & exercent unam communem ac totalem gravitationem *ex prop.* 18. ſed hoc ſignificamus, dum dicimus habere moles illas centrum gravitatis commune. ergo &c.

Hinc *patet* 1. Momenta molium A & C ſingillatim ſumpta eſſe partialia, ut ea nuncupavimus *cor.*3. *prop.*14.

Patet 2. In molibus A & C non poſſe dari unum centrum gravitatis commune, niſi habeant rationem unius molis, & exerceant unam communem gravitationem.

Quia verò perpendiculum per quod funiculus conatur deprimere potentiam incidit in ipſum funiculum: *Patet* 3. centrum gravitatis commune molium A & C eſſe in perpendiculo ipſius funiculi.

Si ergo centra globorum A & C coniungantur rectâ horizonti parallelâ, & perpendiculum fulcri producatur in D: *Patet* 4. Globos illos centrum commune gravitatis habere in D, ſeu ſint æquales (37) & habeant à fulcro æquales diſtantias, ſeu ſint inæquales (38) & habeant diſtantias reciprocas.

XX. *In vecte ſecundo BC (28) moles A non cenſetur habere unum centrum gravitatis commune toti moli, niſi fulcra B & C cenſeantur unum fulcrum.*

Si fulcra B & C non cenſeantur unum fulcrum, una moles habet rationem duarum molium ſeparatarum *ex cor. 2. prop. 37. de mom.* ergo *ex cor. 2. prop.* 19. una moles non habet centrum gravitatis commune toti moli.

Hinc *patet* 1. Fulcra cenſeri applicata in perpendiculo centri gravitatis molis, nam in eodem perpendiculo moles exercet conatum deſcendendi æqualem ſuæ gravitati, & fulcra exercent virtutem impediendi deſcenſum molis, æqualem conatui eiuſdem molis.

Quia vero fulcra gerunt munus potentiarum *ex cor. 3. prop. 3. Patet* 2. In molibus immotis quomodolibet colligatis non dari centrum gravitatis commune, ſi moles illæ non cenſeantur una moles, ac potentiæ ſuſtinentes molem non cenſeantur una potentia.

XXI. *Si globi T & V (14) incumbentes plenis declivibus AB AF, alligen-*

gentur extremis funiculi, & per potentiam applicatam in C vbi duæ partes funiculi faciunt angulum detineantur immoti: non ſuſtinentur potentiâ in C, & planis AB, AF, tanquam unâ potentiâ, & non cenſentur una moles.

Ex cor. 2. prop. 26. de mom. Applicatio potentiæ in C & applicationes planorum AB AF, cenſentur applicationes trium potentiarum in tribus diverſis perpendiculis, ad ſuſtinendas tres moles ſeparatas & non communicantes, quales reputantur eſſe duo globi T & V. ergo tota aſſertio eſt evidenter vera.

XXII. *Si globi T & V (14) incumbentes planis declivibus AB, AF, alligentur extremis funiculi, & per potentiam applicatam in C, ubi duæ partes funiculi faciunt angulum detineantur immoti: globi illi non habent centrum gravitatis commune.*

Ex prop. 21. Globi T & V non cenſentur una moles, & non ſuſtinentur unâ potentiâ. ergo *ex cor. 2. prop.* 20. non habent centrum gravitatis commune.

Hinc

Hinc *patet*. Si centra globorum T & V (14) iungantur lineâ horizonti parallelâ, non exiſtere in illâ rectâ centrum commune gravitatis globorum : adeoque negandum eſt ſuppoſitum huius aſſertionis : *Quantumlibet globi T & V moveantur, centrum commune gravitatis eorum non poteſt deſcendere, ſed ſemper reperitur in eâdem lineâ horizonti parallelâ.*

XXIII. *Si globus T incumbens plano declivi DB (41) & globus N pendens in aere ſint ſuſpenſi ex trochleâ per funiculum, cuius una pars ſit parallela plano DB, altera ſit perpendicularis horizonti; radius LG ex puncto L ſuſpenſionis globi T, cum perpendiculo OG facit angulum inclinationis LGO æqualem angulo elevationis DBE.*

Supponamus planum DB coincidere prius cum horizonte EB, deinde elevari ſupra horizontem circa centrum B donec fiat perpendiculare horizonti. ſemper tamen pars funiculi LM (quæ cum diametro MC continuatur in rectam LMC) ex puncto L ſuſpenſionis ſit parallela plano DB. Dum hoc planum coincidit cum horizonte EB,

radius

radius LG perpendicularis funiculo ex puncto L coincidit cum radio OG perpendiculari ad horizontem. Si elevetur planum DB, tantundem inclinatur radius LG a ſuo perpendiculo OG. ſi planum DB ſit perpendiculare horizonti, radius LG conincidit cum radio HG & eſt parallelus horizonti, non aliter ac radius HG (nequeunt autem coincidere radij LG, HG niſi planum DB ſit perpendiculare horizonti.) ergo angulus LGO inclinationis, æquatur angulo DBE elevationis.

Hanc hypotheſim de globis pendentibus ex trochlea adhibebimas uſque ad propoſitionem 30.

Hinc *patet* 1. Punctum L (41) ſuſpenſionis globi T, & punctum H diametri HF ad horizontem parallelæ, non poſſe coincidere. Nam ut coinciderent, planum DB deberet eſſe perpendiculare horizonti. hoc autem eſt impoſſibile, quum ex hypotheſi planum DB debeat eſſe declive; adeoque *ex cor.* 1. *prop.* 12. *de Mom.* nequeat eſſe perpendiculare.

Patet 2. Si ex puncto L ſuſpenſionis globi T (41) ducatur perpendiculum LI; triangulum GIL rectangulum, eſſe homologum triangulo DEB. Nam radius GL eſt per-

pen-

pendicularis ad rectas LM & DB quæ ſunt invicem parallelæ; recta LI eſt perpendicularis ad EB, & GI ad DE.

XXIV. *Si globi T & N (41) ſint ſuſpenſi ex trochlea, globus N, & pars globi T quam non ſuſtinet planum DB cenſentur moles ſuſpenſæ ex diametro FH horizonti parallelâ, in punctis F & I.*

Globum N cenſeri ſuſpenſum ex puncto F eſt indubitatum. Quia vero ſupponimus punctum I eſſe in perpendiculo LI; & *ex cor. 2. prop. 25. de Mom.* pars globi T quæ non ſuſtinetur plano DB cenſetur moles ſuſpenſa perpendiculariter ex L; evidens eſt partem illam globi T cenſeri ſuſpenſam ex I. ergo tota aſſertio eſt vera.

Quemadmodum vero diſtantia globi T a puncto L, & obliquitas funiculi LM (41) non obſtant, quin pars globi T quæ ſuſtinetur trochleâ, cenſeatur moles ſuſpenſa perpendiculariter ex puncto L: ita ſi ablato globo T, potentia quæpiam applicetur funiculo ubilibet inter M & L, & adhibeat conatum æquivalentem illi parti globi T quæ ſuſtinetur trochleâ: Evidenter *patet* diſtan-

ſtantiam potentiæ ab L, & obliquitatem funiculi LM, non obeſſe, quin potentia æquivaleat ponderi, & hoc cenſeatur ſuſpenſum in L per funiculum perpendicularem horizonti.

XXV. *Si globi T & N* (41) *ſint ſuſpenſi ex trochleâ, radij FG, GL (quorum unus eſt parallelus horizonti, alius eſt elevatus ſupra horizontem, eorumque extremis applicantur duo pondera, nimirum globus N, & pars globi T quæ non ſuſtinetur plano DB) gerunt munus vectis primi FGL, in quo diſtantiæ ponderum a fulcro ſunt inæquales.*

Vectis primus FGL eſt intra ſemicirculum FLH. ergo pondera quæ applicantur vecti, tum in F, tum in L ſeu in I, diſtant inæqualiter a fulcro ſeu axe G *ex cor. 3. prop.* 17. adeoque tota aſſertio eſt manifeſtè vera.

XXVI. *Si globi T & N* (41) *ſuſpenſi ex trochlea maneant immoti, pars ponderis T quæ non ſuſtinetur plano*

DB

DB ad pondus N, eſt reciprocè ut diſtantia FG maior, ad IG minorem.

Si pondera inæqualia quæ ſuſtinentur vecte primo maneant immota, ſunt reciproca diſtantiarum a fulcro *ex prop.* 13. ergo idem valet de ponderibus, quæ vectis primus FH ſuſtinet in I & in F; nimirum de parte globi T quæ non ſuſtinetur plano DB, & de globo N. ſi pars globi T quæ non ſuſtinetur plano DB maneat immota, globus T manet immotus. ergo ſi globi T & N maneant immoti, pars globi T ad globum N eſt ut FG ad IG.

Quia vero *ex cor.* 2. *prop.* 25. *de Mom. & ex cor.* 1. *prop.* 14. *huius*, axis trochleæ ſuſtinens globum N & partem globi T æquivalet duabus potentiis applicatis in F & in L, & impedientibus motum eorundem globorum: *Patet* 1. Si in defectu trochleæ, motus globorum impediatur per potentias applicatas in F & in L, potentiam in F ad potentiam in L eſſe ut IG ad FG. idem dic de potentiis applicatis in A & C.

Patet 2. Etiamſi deſcenſus globi T poſſit impediri, vel globo N vel potentiâ applicatâ in L, aut ubilibet inter L & M, aut in C; nihilominus pondus globi N ad pondus

dus quo gravaretur potentia in L vel in C (ſi hæc ſola impediret deſcenſum globi T) eſſe ut IG ad FG.

Patet 3. Si ad impediendum deſcenſum globi N, adhibeatur potentia in L, vel inter L & M; pondus cui æquivalet potentia in L ad pondus N, eſſe ut FG ad IG: non vero pondus cui æquivalet potentia in L eſſe æquale ponderi N.

XXVII. *Si globi T & N* (41) *ſuſpenſi ex trochleâ maneant immoti, pars globi T quæ ſuſtinetur trochleâ, pars reſidua quæ ſuſtinetur plano DB, et globus N, habent duplicem menſuram.*

Pars globi T quæ non ſuſtinetur plano DB ſed trochleâ, ad globum N eſt ut recta FG ad GI *ex prop.* 26. eadem pars globi T eſt ut angulus elevationis B *ex prop.* 16. *de Mom.* nam trochlea gerit munus potentiæ applicatæ in L aut in C. ergo habetur duplex menſura eius partis globi T quæ ſuſtinetur trochleâ, nimirum radius FG & angulus B. Eadem pars globi T ad partem reſiduam quæ ſuſtinetur plano DB, eſt ut angulus B ad angulum D, *ex cor.* 1. *prop.* 19. *de Mom.* ergo inventâ rectâ GR, quæ ad radium

dium FG ſit ut angulus D ad angulum B, habebitur duplex menſura eius partis globi T quæ ſuſtinetur plano DB, nimirum recta GR & angulus D. Demum invento angulo H, qui ad angulum B ſit ut recta IG ad FG, habetur duplex menſura globi N, videlicet recta IG & angulus H. ergo tota propoſitio eſt vera.

XXVIII. *Si globi T et N* (41) *ſuſpenſi ex trochleâ maneant immoti, pars globi T quæ non ſuſtinetur plano DB ad globum N, eſt ut planum DB ad perpendiculum DE.*

Quum radius GL æquetur radio GF, & *ex cor. 2. prop. 23.* triangulum GIL ſit homologum triangulo DEB, recta GL eſt ad GI, ut DB ad DE. atqui pars globi T quæ non ſuſtinetur plano DB ad globum N, eſt ut GF ad GI, *ex prop. 26.* ergo eſt ut GL ad GI, nimirum ut DB ad DE.

Hinc *patet* 1. Eam rationem quam aliqui Autores ponunt inter tota molem T & molem N, eſſe verè inter partem molis T quæ non ſuſtinetur plano DB, & molem N.

Patet 2. Etiamſi momentum totale ad partiale eſſet ut planum DB ad perpendiculum DE; non propterea impeditum iri mo-

tum globorum T & N, ſi moles T ad N eſſet ut DB ad DE. Proinde, Autores qui aſſerunt, momentum totale ad partiale; & ubi globi T & N ſuſpenſi ex trochlea per funiculum maneant immoti, globum T ad N eſſe ut DB ad DE, adiiciunt falſitatem ſuper falſitatem.

Doctrina horum theorematum conferatur cur ſecundâ ſuppoſitione de quâ egimus initio exegeſeos de Momentis, ut palam fiat, trochleam in caſu præſenti non gerere munus libræ brachiorum æqualium; adeoque momenta globi ſuper plano declivi non poſſe indagari per trochleam, ex quâ tum ille tum alius globus ſuſpendatur; ſed facilè innoteſcere per gravitatem quam ſuſtinet potentia vel planum, ut ſuo loco dictum eſt.

XXIX. *Si globi T et N* (41) *ſuſpenſi ex trochleâ maneant immoti; recta FR, conflata ex rectâ FG, oſtendente partem globi T quam non ſuſtinet planum DB ſed trochlea; et ex rectâ GR, oſtendente partem quam ſuſtinet planum DB, metitur gravitatem totalem globi T; recta vero GI metitur gravitatem totalem globi N.*

Gra-

Gravitas totalis globi T conflatur ex parte quam ſuſtinet trochlea,& ex parte quam ſuſtinet planum declive DB. menſuræ partium ſunt rectæ GF & GR *ex prop.* 27. ergo menſura totius eſt recta FR conflata ex illis duabus. Similiter gravitas totalis globi N quam ſuſtinet trochlea, eſt ut recta GI; ac proinde globus T ad globum N eſt ut recta FR ad GI.

Eodem modo, globus T ad N eſt ut angulus rectus E, æqualis angulis D & B, ad angulum H.

XXX. *Si globi T et V* (44) *incumbentes planis æqualis longitudinis, inæqualis declivitatis, CA, NB, ſint ſuſpenſi ex trochleâ per funiculum parallelum ipſis planis: triangula rectangula, GIL, GSR, quæ in trochleâ conſtant radiis LG, RG, perpendiculis LI, RS, ex contactibus L et R; ac partibus IG, SG diametri ad horizontem parallelæ, ſunt ſimilia triangulis rectangulis NOB, CDA, quæ conſtant planis NB,CA; perpendiculis NO, CD; ac planis horizonti parallelis OB, DA.*

Digitized by Google

Sicut radii LG, RG ſunt æquales, ita ex hypotheſi, plana NB, CA, ſunt æqualia: ſingula vero latera homologa trianguli GIL, ſunt perpendicularia lateribus trianguli NOB; ac latera trianguli GSR, ſunt perpendicularia lateribus trianguli CDA. ergo &c.

Hinc *patet* Latera GS, GI, eſſe ut perpendicula CD, NO.

XXXI. *Si globi T et V* (44) *ſuſpenſi ex trochleâ maneant immoti; radii RG, LG, cenſentur brachia elevata vectis primi; adeoque longitudinem eius metitur pars SI diametri ad horizontem parallelæ: pondera vero in R & L, ſeu in S & I, ſunt reciprocè ut recta GI ad GS.*

De vecte cuius utrunque brachium ſit elevatum, diximus *cor.2.prop.*17. de longitudine illius vectis, egimus *prop.*25. de ponderibus dictum eſt *prop.*26. ergo tota propoſitio eſt vera.

XXXII. *Si globi T et V* (44) *ſuſpenſi ex trochleâ maneant immoti; partes globorum quæ ſuſtinentur trochleâ, et partes quæ ſuſtinentur planis declivibus, habent duplicem menſuram.*

Bra-

Brachium SG vectis, & angulus B ſunt duplex menſura eius partis globi T quæ ſuſtinetur trochleâ. repertâ autem rectâ GE, quæ ad SG ſit ut angulus N ad angulum B, habetur duplex menſura eius partis globi T quæ ſuſtinetur plano NB, nimirum recta GE & angulus N. Similiter brachium GI vectis, & angulus A ſunt duæ menſuræ eius partis globi V quæ ſuſtinetur trochleâ. inventâ autem rectâ IK, quæ ad GI ſit ut angulus C ad A, habetur duplex menſura eius partis globi V quæ ſuſtinetur plano CA, videlicet recta IK & angulus C. ergo propoſitio eſt vera.

XXXIII. *Si globi T & V (44) incumbentes planis inæqualiter declivibus, ac ſuſpenſi ex trochleâ per funiculum parallelum ipſis planis maneant immoti: partes globorum quæ ſuſtinentur trochleâ in L & R, ſunt reciprocè ut perpendicula CD & NO, demiſſa ex longitudinibus æqualibus CA, NB planorum declivium.*

Perpendiculum CD ad NO, eſt ut brachium SG ad GI *ex coroll. prop.* 30. Partes globorum quæ ſuſtinentur trochleâ, ſunt re-

reciprocè ut SG ad GI *ex prop.* 31. ergo ſunt reciprocè ut CD ad NO.

XXXIV. *Si globi T & V (44) ſuſpenſi ex trochleâ maneant immoti: recta SG oſtendens partem globi T quam ſuſtinet trochlea, una cum rectâ GE oſtendente partem quam ſuſtinet planum NB, metitur grauitatem totalem ipſius globi T. Similiter recta GI oſtendens partem globi V quam ſuſtinet trochlea, una cum rectâ IK oſtendente partem quam ſuſtinet planum CA, metitur gravitatem totalem globi V.*

Gravitas totalis globi T conſtat ex parte quam ſuſtinet trochlea, & ex parte quam ſuſtinet planum NB. menſuræ partium *ex prop.* 32. ſunt rectæ SG & GE. ergo menſura totius eſt recta SE conflata ex illis duabus. Similiter gravitas totalis globi V conſtat ex parte quam ſuſtinet trochlea, & ex eâ quam ſuſtinet planum CA. menſuræ partium ſunt rectæ GI & IK. ergo menſura totius eſt recta GK ex iis conflata: & conſequenter globus T ad V eſt ut recta SE ad GK.

Gravitates totales globorum T & V ma-
lè

lè indagarentur per complexionem ex angulis elevationis & inclinationis: nam inde ſequeretur, globum T eſſe æqualem globo V, ſicut complexio ex angulis B & N eſt æqualis complexioni ex angulis A & C.

Si globi T & V (14) alligati extremis funiculi paralleli ad plana declivia AB, AF, ſuſtineantur planis declivibus ac potentiâ in C, quæ gravetur æqualiter utroque globo ut dictum eſt *cor. 2. prop. 26. de Momentis*: *Patet*; Sufficere unam menſuram ad inveſtigandas totales gravitates ſingulorum globorum: nam eas ibi oſtendimus eſſe reciprocè ut angulos elev. planorum declivium, non vero eſſe homologè ut plana declivia.

Porrò ſi duo globi ſint alligati extremis funiculi, & ſuſtineantur duobus planis declivibus & trochleâ (44); vel unus ex globis ſuſtineatur plano declivi & trochleâ alius ſolâ trochleâ(41); vel unus ſuſtineatur plano declivi & potentiâ applicatâ ubi partes funiculi faciunt angulum, alius ſolâ eâdem potentiâ(20), & ambo maneant immoti, non habent centrum gravitatis commune *ut colligitur ex prop. 22.*

XXXV. *Funiculus obliquus NE (46) cui applicatur potentia, quemcunque*

angulum faciat cum brachio elevato BN vectis ABN, æquivalet funiculo in ſitu ND ad horizontem perpendiculari.

Producatur recta AB in D, & fiat perpendiculum ND. Potentia applicata ubilibet funiculo obliquo, cenſetur applicata in N aut in D, ſicut potentia applicata ubilibet funiculo LM (41) cenſetur applicata in L aut in I *ex coroll. prop.* 24. ergo funiculus NE (46) faciens quemlibet angulum cum NB, æquivalet funiculo in ſitu N D, ſicut funiculus LM (41) faciens neceſſario angulum rectum cum radio IG (eo quòd incipiat tangere trochleam in L) æquivalet funiculo in ſitu LI.

Hinc *patet* 1. Funiculum NF (46) æquivalere funiculo NE: ac potentiam applicatam in F aut inter F & N cenſeri applicatam in N.

Patet 2. Potentiam applicatam ubilibet funiculo EN, cenſeri applicatam in D *ex prop.* 24. Addo poſſe funiculum continuari in lineam rectam cum brachio elevato BN; & potentiam ubilibet funiculo applicatam, cenſeri applicatam in N.

XXXVI. *Si cum brachio elevato BN vectis primi ABN (46) funiculus NE*

faciat

faciat quemlibet angulum, potentia verò applicata ubilibet ipſi funiculo in E, *vel inter* E *&* N *detineat vectem immotum; potentia ipſa æquivalet ponderi, quod ad pondus A ſit ut AB ad DB.*

Supponamus a potentiâ applicatâ in E aut inter E & N detineri vectem ABN immotum. potentia illa cenſetur applicata in D *ex coroll.* 2. *prop.* 35. eadem vero *ex prop.* 1. æquivalet ponderi, quod *ex prop.* 13. ſit ad pondus A, ut AB ad DB. ergo tota aſſertio eſt vera.

XXXVII. *Si cum vecte primo AC* (56) *funiculus CE faciat quemcunque angulum, potentia vero applicata ubilibet in* E *aut inter* E *et* C *æquivaleat ponderi, quod ſit reciprocè ad pondus A ut AB ad CB, potentia cenſetur applicata in C, et vectis nequit moveri.*

In vecte ABN (46) cuius brachium BN ſit elevatum, applicatio in N vel in F aut inter F & N, æquivalet applicationi in D. ergo in vecte AC (56) applicatio potentiæ in E aut inter E & C, æquivalet applicationi in C. adeoque ſi potentia æquivaleat

pon-

ponderi, quod ſit reciprocè ad pondus A, ut A B ad CB, potentia cenſetur applicata in C, & vectis nequit moveri.

Hinc *patet* 1. Ex obliquitate funiculi CE (56) non induci ullam diverſitatem in diſtantiam potentiæ a fulcro B: alioquin quandocunque in eodem funiculo obliquo CE, potentia mutaret applicationem, mutaret etiam diſtantiam a fulcro *contra propoſitionem* 24. Addo, ea quæ dicuntur de funiculo faciente angulum cum vecte AC, dici poſſe de funiculo qui continuetur in lineam rectam cum eodem vecte AC.

Patet 2. Potentias applicatas funiculis obliquis EI,LI (19) ad ſuſtinendam molem A, de quibus *prop. 37. de Momentis*, cenſeri applicatas in I.& idcirco duæ illæ potentiæ cenſentur coaleſcere in unam potentiam applicatam in perpendiculo molis A.

XXXVIII. *Pars circumferentiæ FMG. (16) circuli erecti globi T, quæ mediat inter contactum plani declivis RC & contactum G potentiæ, gerit munus vectis ſecundi inverſi.*

Vectis eſt pars circumferentiæ circuli *ex prop.* 17. & pondus in vecte ſecundo mediat inter fulcrum & potentiam, atqui arcus FMG

FMG eſt pars circumferentiæ circuli; ac pondus totale globi quod cenſetur eſſe in radio IM, mediat inter contactum F plani RC gerentis munus fulcri, & inter potentiam applicatam in G. ergo arcus FMG eſt vectis ſecundus; quem nuncupamus inverſum, quia vectis communis habet centrum deorſum, vectis exiſtens in globo T habet centrum ſurſum.

Si potentia applicetur globo T in E, videlicet in extremo diametri FE ex contactu F, ſemicircumferentia FME eſt vectis ſecundus: Onera autem quibus gravatur planum RC, & potentia in G vel in E, ſunt reciprocè ut anguli GIM, FIM; vel ut anguli EIM, FIM, *ex prop.32. & 33.de Momentis*; vel ſunt ut arcus GM, FM; vel ut arcus EM, FM, *ex prop.16.de Momentis.*

XXXIX. *Si in vecte ſecundo AB (34) potentiæ A & B ſuſtineant partes molis C homologas ſuarum diſtantiarum a perpendiculo ipſius molis, gravantur æqualiter.*

Potentiæ gravantur homologè ad virtutem ſeu conatum, quo ſingulæ ſuſtinent molem, & impediunt eius deſcenſum, ut monuimus *ad prop.8.* Si ergo moles C ſit in

in medio D vectis AB (33) & potentiæ diſtent æqualiter a D, veritas propoſitionis eſt manifeſta. quia potentiæ A &B nequeunt ex mole C ſuſtinere partes homologas diſtantiarum æqualium AD, BD, quin ſuſtineant partes molis C æquales, & exerceant virtutem æqualem ad impediendum eius deſcenſum, adeoque graventur æqualiter.

Si vero moles C removeatur ex medio vectis, trahendo illam verſus A (34); & ſupponamus, in eâ ratione quâ creſcit diſtantia DB & decreſcit diſtantia AD, creſcere partem quam ex mole C ſuſtinet potentia B, & decreſcere partem quam ſuſtinet potentia A, ut exigit hypotheſis, habemus pariter intentum. Nam quantum decreſcit conatus potentiæ B ob incrementum diſtantiæ BD, tantum creſcit ob incrementum partis quam ſuſtinet ex mole C. quantum creſcit conatus potentiæ A ob decrementum diſtantiæ AD, tantum decreſcit ob decrementum partis quam ſuſtinet ex mole C. ergo in prædictâ hypotheſi, potentiæ habentes diſtantias inæquales a mole C, exercent eoſdem conatus quos exercebant dum haberent diſtantias æquales, adeoque gravantur æqualiter.

Hinc *patet*, a potentiis quæ graventur æqua-

æqualiter mole C, ſuſtineri partes homologas ſuarum diſtantiarum a perpendiculo ipſius molis.

XL. *Si vectis ſecundus AB ſuſtineatur tribus potentiis, D, A, B* (34) *conferentibus æqualem virtutem ad impediendum deſcenſum molis* C; *ac potentia D non habeat ullam diſtantiam a perpendiculo ipſius molis C, potentia vero A ex unâ parte habeat diſtantiam dimidiam eius, quam ex alterâ parte habet potentia B: ex tribus partibus molis C, duæ ſuſtinentur potentiâ B, una ſuſtinetur potentiâ A; nulla pars ſuſtinetur potentiâ D.*

Si duæ potentiæ B & A conferant æqualem virtutem ad ſuſtinendum molem C, ſuſtinent ex eâ partes homologas ſuarum diſtantiarum BD, AD, *ex prop.* 39. Ergo ſi tres potentiæ conferant æqualem virtutem ad ſuſtinendam molem C, ſuſtinent ex eâ partes homologas ſuarum diſtantiarum. Atqui pars molis C, homologa diſtantiæ BD duplæ eſt dupla; pars homologa diſtantiæ AD dimidiæ eſt dimidia; pars ho-

mologa diſtantiæ nulli eſt nulla. ergo ex tribus partibus molis, duas ſuſtinet potentia B, unam potentia A, nullam potentia D.

Hinc *patet* 1. Tres potentias gravari æqualiter, licet potentia B ſuſtineat partem duplam, potentia A dimidiam, potentia D nullam.

Patet 2. Si in vecte AB (35) dentur tres potentiæ, & duæ illarum, videlicet potentiæ A & B diſtent æqualiter a perpendiculo molis C, potentia vero D careat omni diſtantiâ, & ſingulæ potentiæ conferant virtutem æqualem ad ſuſtinendam molem C, adeoque graventur ęqualiter: dimidium molis C ſuſtineri potentiâ B, dimidium potentiâ A, nihil potentiâ D.

Quia vero *ex cor. 3. prop. 3.* in vecte AB fulcrum A æquivalet potentiæ: *Patet* 3. Etiamſi diſtantia quam habet potentia B a fulcro A (35) ſit dupla diſtantiæ quam habet potentia D ab eodem fulcro A, non propterea ſequi quod potentia B ſuſtineat partem molis C duplam eius quam ſuſtinet potentia D. nam partes molis quæ ſuſtinentur potentiis, ſunt ut diſtantiæ potentiarum a perpendiculo molis C, non vero ſunt ut diſtantiæ potentiarum B & D a fulcro A. Itaque ſi fulcrum A & potentiæ

tiæ B & D adhibeant æqualem virtutem ad impediendum deſcenſum molis C, medietatem eius ſuſtinet fulcrum A, medietatem potentia B, nullam partem potentia D.

Porrò ſi in aliquâ diſpaſto (43) trochlea inferior una cum mole F ſuſtineatur tribus partibus funis A, B, C, & ſingulæ tres partes ſint æqualiter tenſæ; *Patet* 4. Tres illas partes funis æquivalere tribus potentiis, quæ conferant æqualem virtutem ad ſuſtinendam molem F; ac proinde ſingulas gravari æqualiter, licet non ſuſtineant partes æquales molis: quod voluimus indicare, ut conſtet, de facto a potentijs aliquando ſuſtineri partes molis reciprocas, aliquando ſuſtineri partes homologas diſtantiarum quas habent ab ipsâ mole. Primum neceſſario accidit, quoties potentiæ in ſuſtinendâ mole, gerant ſe ut plana declivia (8) in ſuſtinendo globo. Alterum neceſſario accidit, quoties potentiæ in ſuſtinendâ mole, gerant ſe ut partes ejuſdem funis æqualiter tenſæ (43) in ſuſtinendâ trochleâ inferiori. Ad priorem hypotheſim pertinent multæ propoſitiones; ad poſteriorem, hæc & præcedens dumtaxat.

Quamvis autem in diſpaſto (43) trochlea ſuperior contineat vectem primum, trochlea infe-

reciprocè ut SG ad GI *ex prop.* 31.ergo ſunt reciprocè ut CD ad NO.

XXXIV. *Si globi T & V (44) ſuſpenſi ex trochleâ maneant immoti: recta SG oſtendens partem globi T quam ſuſtinet trochlea, una cum rectâ GE oſtendente partem quam ſuſtinet planum NB, metitur grauitatem totalem ipſius globi T. Similiter recta GI oſtendens partem globi V quam ſuſtinet trochlea, una cum rectâ IK oſtendente partem quam ſuſtinet planum CA, metitur gravitatem totalem globi V.*

Gravitas totalis globi T conſtat ex parte quam ſuſtinet trochlea, & ex parte quam ſuſtinet planum NB. menſuræ partium *ex prop.* 32. ſunt rectæ SG & GE. ergo menſura totius eſt recta SE conflata ex illis duabus. Similiter gravitas totalis globi V conſtat ex parte quam ſuſtinet trochlea, & ex eâ quam ſuſtinet planum CA.menſuræ partium ſunt rectæ GI & IK. ergo menſura totius eſt rectaGKex iis conflata:& conſequenter globus T ad V eſt ut recta SE ad GK.

Gravitates totales globorum T & V malè

lè indagarentur per complexionem ex angulis elevationis & inclinationis: nam inde ſequeretur, globum T eſſe æqualem globo V, ſicut complexio ex angulis B & N eſt æqualis complexioni ex angulis A & C.

Si globi T & V (14) alligati extremis funiculi paralleli ad plana declivia AB, AF, ſuſtineantur planis declivibus ac potentiâ in C, quæ gravetur æqualiter utroque globo ut dictum eſt *cor. 2. prop. 26. de Momentis. Patet 1.* Sufficere unam menſuram ad inveſtigandas totales gravitates ſingulorum globorum: nam eas ibi oſtendimus eſſe reciprocè ut angulos elev. planorum declivium, non vero eſſe homologè ut plana declivia.

Porrò ſi duo globi ſint alligati extremis funiculi, & ſuſtineantur duobus planis declivibus & trochleâ (44); vel unus ex globis ſuſtineatur plano declivi & trochleâ alius ſolâ trochleâ(41); vel unus ſuſtineatur plano declivi & potentiâ applicatâ ubi partes funiculi faciunt angulum, alius ſolâ eâdem potentiâ(20), & ambo maneant immoti, non habent centrum gravitatis commune *ut colligitur ex prop. 22.*

XXXV. *Funiculus obliquus NE (46) cui applicatur potentia, quemcunque*

angulum faciat cum brachio elevato BN vectis ABN, æquivalet funiculo in ſitu ND ad horizontem perpendiculari.

Producatur recta AB in D, & fiat perpendiculum ND. Potentia applicata ubilibet funiculo obliquo, cenſetur applicata in N aut in D, ſicut potentia applicata ubilibet funiculo LM (41) cenſetur applicata in L aut in I *ex coroll. prop.* 24. ergo funiculus NE (46) faciens quemlibet angulum cum NB, æquivalet funiculo in ſitu N D, ſicut funiculus LM (41) faciens neceſſario angulum rectum cum radio IG (eo quòd incipiat tangere trochleam in L) æquivalet funiculo in ſitu LI.

Hinc *patet* 1. Funiculum NF (46) æquivalere funiculo NE; ac potentiam applicatam in F aut inter F & N cenſeri applicatam in N.

Patet 2. Potentiam applicatam ubilibet funiculo EN, cenſeri applicatam in D *ex prop.* 24. Addo poſſe funiculum continuari in lineam rectam cum brachio elevato BN; & potentiam ubilibet funiculo applicatam, cenſeri applicatam in N.

XXXVI. *Si cum brachio elevato BN vectis primi ABN (46) funiculus NE*

faciat

faciat quemlibet angulum, potentia verò applicata ubilibet ipſi funiculo in E, vel inter E & N detineat vectem immotum; potentia ipſa æquivalet ponderi, quod ad pondus A ſit ut AB ad DB.

Supponamus a potentiâ applicatâ in E aut inter E & N detineri vectem ABN immotum. potentia illa cenſetur applicata in D *ex coroll. 2. prop. 35.* eadem vero *ex prop. 1.* æquivalet ponderi, quod *ex prop. 13.* ſit ad pondus A, ut AB ad DB. ergo tota aſſertio eſt vera.

XXXVII. *Si cum vecte primo AC (56) funiculus CE faciat quemcunque angulum, potentia vero applicata ubilibet in E aut inter E et C æquivaleat ponderi, quod ſit reciprocè ad pondus A ut AB ad CB, potentia cenſetur applicata in C, et vectis nequit moveri.*

In vecte ABN (46) cuius brachium BN ſit elevatum, applicatio in N vel in F aut inter F & N, æquivalet applicationi in D. ergo in vecte AC (56) applicatio potentiæ in E aut inter E & C, æquivalet applicationi in C. adeoque ſi potentia æquivaleat

pon-

ponderi, quod ſit reciprocè ad pondus A, ut A B ad CB, potentia cenſetur applicata in C, & vectis nequit moveri.

Hinc *patet* 1. Ex obliquitate funiculi CE (56) non induci ullam diverſitatem in diſtantiam potentiæ a fulcro B: alioquin quandocunque in eodem funiculo obliquo CE, potentia mutaret applicationem, mutaret etiam diſtantiam a fulcro *contra propoſitionem* 24. Addo, ea quæ dicuntur de funiculo faciente angulum cum vecte AC, dici poſſe de funiculo qui continuetur in lineam rectam cum eodem vecte AC.

Patet 2. Potentias applicatas funiculis obliquis EI,LI (19) ad ſuſtinendam molem A, de quibus *prop. 37. de Momentis*, cenſeri applicatas in I.& idcirco duæ illæ potentiæ cenſentur coaleſcere in unam potentiam applicatam in perpendiculo molis A.

XXXVIII. *Pars circumferentiæ FMG.* (16) *circuli erecti globi T, quæ mediat inter contactum plani declivis RC & contactum G potentiæ, gerit munus vectis ſecundi inverſi.*

Vectis eſt pars circumferentiæ circuli *ex prop.* 17. & pondus in vecte ſecundo mediat inter fulcrum & potentiam, atqui arcus

FMG

FMG eſt pars circumferentiæ circuli; ac pondus totale globi quod cenſetur eſſe in radio IM, mediat inter contactum F plani RC gerentis munus fulcri, & inter potentiam applicatam in G. ergo arcus FMG eſt vectis ſecundus; quem nuncupamus inverſum, quia vectis communis habet centrum deorſum, vectis exiſtens in globo T habet centrum ſurſum.

Si potentia applicetur globo T in E, videlicet in extremo diametri FE ex contactu F, ſemicircumferentia FME eſt vectis ſecundus: Onera autem quibus gravatur planum RC, & potentia in G vel in E, ſunt reciprocè ut anguli GIM, FIM; vel ut anguli EIM, FIM, *ex prop.32. & 33.de Momentis*; vel ſunt ut arcus GM, FM; vel ut arcus EM, FM, *ex prop.16.de Momentis.*

XXXIX. *Si in vecte ſecundo AB (34) potentiæ A & B ſuſtineant partes molis C homologas ſuarum diſtantiarum a perpendiculo ipſius molis, gravantur æqualiter.*

Potentiæ gravantur homologè ad virtutem ſeu conatum, quo ſingulæ ſuſtinent molem, & impediunt eius deſcenſum, ut monuimus *ad prop.8.* Si ergo moles C ſit

in

in medio D vectis AB (33) & potentiæ diſtent æqualiter a D, veritas propoſitionis eſt manifeſta. quia potentiæ A &B nequeunt ex mole C ſuſtinere partes homologas diſtantiarum æqualium AD, BD, quin ſuſtineant partes molis C æquales, & exerceant virtutem æqualem ad impediendum eius deſcenſum, adeoque graventur æqualiter.

Si vero moles C removeatur ex medio vectis, trahendo illam verſus A (34); & ſupponamus, in eâ ratione quâ creſcit diſtantia DB & decreſcit diſtantia AD, creſcere partem quam ex mole C ſuſtinet potentia B, & decreſcere partem quam ſuſtinet potentia A, ut exigit hypotheſis, habemus pariter intentum. Nam quantum decreſcit conatus potentiæ B ob incrementum diſtantiæ BD, tantum creſcit ob incrementum partis quam ſuſtinet ex mole C. quantum creſcit conatus potentiæ A ob decrementum diſtantiæ AD, tantum decreſcit ob decrementum partis quam ſuſtinet ex mole C. ergo in prædictâ hypotheſi, potentiæ habentes diſtantias inæquales a mole C, exercent eoſdem conatus quos exercebant dum haberent diſtantias æquales, adeoque gravantur æqualiter.

Hinc *patet*, a potentiis quæ graventur æqua-

æqualiter mole C, ſuſtineri partes homologas ſuarum diſtantiarum a perpendiculo ipſius molis.

XL. *Si vectis ſecundus AB ſuſtineatur tribus potentiis, D, A, B* (34) *conferentibus æqualem virtutem ad impediendum deſcenſum molis* C; *ac potentia D non habeat ullam diſtantiam a perpendiculo ipſius molis C, potentia vero A ex unâ parte habeat diſtantiam dimidiam eius, quam ex alterâ parte habet potentia B: ex tribus partibus molis C, duæ ſuſtinentur potentiâ B, una ſuſtinetur potentiâ A; nulla pars ſuſtinetur potentiâ D.*

Si duæ potentiæ B & A conferant æqualem virtutem ad ſuſtinendum molem C, ſuſtinent ex eâ partes homologas ſuarum diſtantiarum BD, AD, *ex prop.* 39. Ergo ſi tres potentiæ conferant æqualem virtutem ad ſuſtinendam molem C, ſuſtinent ex eâ partes homologas ſuarum diſtantiarum. Atqui pars molis C, homologa diſtantiæ BD duplæ eſt dupla; pars homologa diſtantiæ AD dimidiæ eſt dimidia; pars ho-

mologa diſtantiæ nulli eſt nulla. ergo ex tribus partibus molis, duas ſuſtinet potentia B, unam potentia A, nullam potentia D.

Hinc *patet* 1. Tres potentias gravari æqualiter, licet potentia B ſuſtineat partem duplam, potentia A dimidiam, potentia D nullam.

Patet 2. Si in vecte AB (3?) dentur tres potentiæ, & duæ illarum, videlicet potentiæ A & B diſtent æqualiter a perpendiculo molis C, potentia vero D careat omni diſtantiâ, & ſingulæ potentiæ conferant virtutem æqualem ad ſuſtinendam molem C, adeoque graventur æqualiter: dimidium molis C ſuſtineri potentiâ B, dimidium potentiâ A, nihil potentiâ D.

Quia vero *ex cor.* 3. *prop.* 3. in vecte AB fulcrum A æquivalet potentiæ: *Patet* 3. Etiamſi diſtantia quam habet potentia B a fulcro A (35) ſit dupla diſtantiæ quam habet potentia D ab eodem fulcro A, non propterea ſequi quod potentia B ſuſtineat partem molis C duplam eius quam ſuſtinet potentia D. nam partes molis quæ ſuſtinentur potentiis, ſunt ut diſtantiæ potentiarum a perpendiculo molis C, non vero ſunt ut diſtantiæ potentiarum B & D a fulcro A. Itaque ſi fulcrum A & poten-

tiæ

tiæ B & D adhibeant æqualem virtutem ad impediendum deſcenſum molis C, medietatem eius ſuſtinet fulcrum A, medietatem potentia B, nullam partem potentia D.

Porrò ſi in aliquâ diſpaſto (43) trochlea inferior una cum mole F ſuſtineatur tribus partibus funis A, B, C, & ſingulæ tres partes ſint æqualiter tenſæ; *Patet* 4. Tres illas partes funis æquivalere tribus potentiis, quæ conferant æqualem virtutem ad ſuſtinendam molem F; ac proinde ſingulas gravari æqualiter, licet non ſuſtineant partes æquales molis: quod voluimus indicare, ut conſtet, de facto a potentijs aliquando ſuſtineri partes molis reciprocas, aliquando ſuſtineri partes homologas diſtantiarum quas habent ab ipsâ mole. Primum neceſſario accidit, quoties potentiæ in ſuſtinendâ mole, gerant ſe ut plana declivia (8) in ſuſtinendo globo. Alterum neceſſario accidit, quoties potentiæ in ſuſtinendâ mole, gerant ſe ut partes ejuſdem funis æqualiter tenſæ (43) in ſuſtinendâ trochleâ inferiori. Ad priorem hypotheſim pertinent multæ propoſitiones; ad poſteriorem, hæc & præcedens dumtaxat.

Quamvis autem in diſpaſto (43) trochlea ſuperior contineat vectem primum, trochlea infe-

inferior contineat vectem ſecundum; ac vectes illi ſint invicem colligati per funiculum, adeoque in diſpaſto inveniantur duo vectes (24) *propoſitionis* 4. Nihilominus eſt diſcrimen inter utranque machinam. Quia vectes AC, DE colligantur duobus funiculis invicem ſeparatis AD, CE; ac propterea funiculus AD eſt magis tenſus quàm funiculus CE: in diſpaſto verò (43) trochleæ colligantur eodem funiculo; & idcirco tres partes, A, B, C, funiculi, ſunt æqualiter tenſæ.

Quomodo autem poſſint multiplicari vectes ſecundi, qui ſint unus ſub alio invicem paralleli, & ſingulis applicentur potentiæ ad impediendum deſcenſum unius molis: ac ſimiliter dentur polyſpaſti; & in ijs trochleæ inferiores æquivaleant totidem vectibus ſecundis, trochleæ ſuperiores æquivaleant vectibus primis, non eſt huius loci.

Ex dictis in utraque Exegeſi conſtat, quænam ſint principia immediata & propria ad indaganda Momenta gravium. Conſtat inſuper, ſuppoſitâ doctrinâ Momentorum, facile intelligi ea quæ pertinent ad Vectem. Conſtat demum, ſcientificam methodum expoſcere, ut doctrina Momentorum præmittatur explicationi vectis, non autem e converſo.

EXE-

EXEGESIS PHYSICOMATHEMATICA.

De Motu Gravium Æquabiliter Accelerato.

DEſcenſum Gravium eſſe velociorem in progreſſu, quàm fuerit in principio motûs; & a gravi deſcendente, majorem impetum ſucceſſivè acquiri, docent percuſſiones, quæ ex parvâ altitudine parum validæ ſunt, ex majori altitudine ſunt longè validiores. Omnium tamen primus cl. *Galileus* tradidit, velocitatem in deſcenſu æquabiliter creſcere, ac geometricè oſtendit naturam velocitatis æquabiliter creſcentis. Nobis igitur id ſolum relictum eſt, ut ipſam demonſtrationem facillimam & breviſſimam reddamus; medeamurque nonnullis propoſitionibus, quæ nitebantur falſis principiis de Momentis gravium. Idcirco autem pauca quædam Theoremata nova, ceteris adiungi paſſi ſumus, ut ad plura & meliora invenienda, ingenioſi Lectoris induſtriam excitaremus.

LEMMATA GEOMETRICA

Cum demonſtrationibus.

SI duæ rectæ BA, BC (49) facientes angulum B, ex puncto in quo coeunt dividantur in plures partes æquales, puta quatuor, & agantur parallelæ DE, FG, HI, AC; quot fuerint hæ, tot erunt triangula ſimilia DBE, FBG, HBI, ABC, habentia rationem duplicatam ſuorum laterum homologorum.

Ex 19. VI. Triangulum ſecundum FBG ad primum DBE, eſt ut tertius horum numerorum continuè proportionalium 1, 2, 4, ad primum; quia latus BF ad BD, eſt ut ſecundus numerus ad primum. Similiter triangulum tertium ad primum, eſt ut tertius horum numerorum 1, 3, 9, ad primum; quia latus BH ad BD, eſt ut ſecundus ad primum. Demum, triangulum quartum ad primum, eſt ut tertius horum numerorum 1, 4, 16, ad primum; quia latus BA ad BD eſt ut ſecundus ad primum. ſed hoc ſignificamus, dum dicimus triangula habere rationem duplicatam ſuorum laterum homologorum. ergo &c.

Quia

Quia vero in ſerie trium numerorum continuè proportionalium, ſecundus numerus ad primum dicitur habere rationem ſubduplam ejus, quam habet tertius numerus ad primum: *patet*, latus FB ſecundi trianguli FBG, ad latus BD primi trianguli DBE, habere rationem ſubduplam ejus, quam habet ſecundum triangulum ad primum. & ſic deinceps.

II. *Si duæ rectæ BA, BC (49) coeuntes in angulum B dividantur in plures partes æquales & fiant parallelæ, exceſſus maiorum triangulorum ſupra minora, ſunt iuxta ſeriem numerorum pariter imparium ab unitate.*

Secundum triangulum excedit primum tribus partibus, quia totum ſecundum ad primum eſt ut 4. ad 1. Tertium excedit ſecundum quinque partibus, quia eſt ad illud ut 9. ad 4. Quartum excedit tertium ſeptem partibus, quia eſt ad illud ut 16. ad 9. ergo in triangulo ABC continentur ſexdecim partes æquales: una ſpectat ad verticem DBE, tres partes ad trapezium FDEG; quinque ad trapezium HFGI; ſeptem ad

trapezium AHIC. Adeoque ſectio laterum BA, BC in partes æquales, oſtendit illa triangula ſe excedere æquabiliter, quia exceſſus ſunt juxta ſeriem numerorum pariter imparium ab unitate.

III. *Parallelogrammum ABDC* (50) *continet duo triangula ABC, BCD æqualia. adeoque totum parallelogrammum eſt duplum ſingulorum triangulorum.*

Hæc veritas *patet ex* 35. *I. Elem. Eucl.*

A·M·D·G·

PRO-

PROPOSITIONES
Cum ſuis demonſtrationibus.

I. *EXtenſio aut longitudo ſpatij; quam Mobile decurrit determinato tempore, eſt ut intenſio impetus & velocitatis exiſtentis in ipſo Mobili. ſeu ſpatia quæ decurruntur temporibus æqualibus ſunt ut velocitates.*

Virtute impetus & velocitatis quæ ſit intenſivè *ut duo*, decurrat Mobile longitudinem centum palmorum ſpatij, tempore unius quadrantis horæ. Si idem Mobile haberet velocitatem *ut quatuor*, decurreret uno quadrante longitudinem ducentorum palmorum. ergo extenſio ſpatij maioris ad extenſionem ſpatij minoris eſt ut intenſio velocitatis majoris ad intenſionem velocitatis minoris.

II. *Si impetus ac velocitas qua Mobile decurrit aliquod ſpatium habeat incrementum intenſionis æquabile; ac tempus cui coexiſtit illa velocitas, dividatur in partes æquales; tota velocitas ad par-*

tem velocitatis, habet rationem duplicatam totius temporis ad partem temporis.

Ex hypotheſi, velocitas habet incrementum intenſionis æquabile, adeoque eſt ut triangulum ABC (49) habens incrementum æquabile dilatationis aut extenſionis. Rurſus, ex hypotheſi tempus dividitur in partes æquales, adeoque eſt ut latus BA vel BC diviſum in partes æquales. ergo velocitas repræſentatur latere BA vel BC; & *ex lemmate* 1., tota velocitas ad partem velocitatis, eſt in ratione duplicata totius temporis ad partem temporis.

III. *Si impetus & velocitas qua mobile decurrit aliquod ſpatium habeat incrementum æquabile intenſionis, ac tempus cui coexiſtit illa velocitas dividatur in partes æquales; tota extenſio ſeu tota longitudo ſpatij quæ decurritur toto tempore, ad partem extenſionis quæ decurritur parte temporis, habet rationem duplicatam totius temporis ad partem temporis.*

Extenſio ſeu longitudo ſpatij eſt ut intenſio velocitatis *ex prop.* 1. ac tota veloci-

tas

tas ad partem velocitatis eſt in ratione duplicata totius temporis ad partem temporis *ex prop.*2. Ergo tota longitudo ſpatij ad partem longitudinis eſt in ratione duplicata totius temporis ad partem temporis.

Hinc *ſequitur* 1. Si recta AE (52) repræſentans tempus dividatur in quatuor partes æquales; recta vero AI repræſentans ſpatium decurſum ab aliquo mobili tempore AE dividatur in ſexdecim partes æquales, atque in fine primæ partis temporis AB decurſum fuerit ſpatium AF; ſpatium decurſum in fine ſecundæ partis AC, ad ſpatium decurſum in fine primæ partis AB, erit ut AG, 4. ad AF, 1. ſpatium decurſum in fine tertiæ partis AD temporis, ad ſpatium decurſum in fine primæ AB, erit ut AH, 9. ad AF, 1. ſpatium decurſum in fine quartæ partis AE temporis ad decurſum in fine primæ AB, erit ut AI, 16. ad AF, 1.

Sequitur 2. Si in fine primæ partis temporis decurſa ſit una pars ſpatij, decurſas fuiſſe quatuor partes in fine ſecundæ partis temporis, novem in fine tertiæ, ſexdecim in fine quartæ.

Sequitur 3. Si totâ primâ parte temporis AB (42) decurſa ſit una pars ſpatij AF

motu æquabiliter accelerato; tota ſecunda parte BC decurſas fuiſſe tres partes FG; tota tertia CD, quinque partes GH, tota quarta DE ſeptem partes HI: adeoque ſpatia quæ decurruntur temporibus æqualibus a principio motus æquabiliter accelerati, ſunt neceſſario ut numeri pariter impares ab unitate.

IV. *Partes ſpatij decurſæ a principio motus æquabiliter accelerati, ſunt ut quadrata temporum.*

Numeri quadrati oriuntur ex multiplicatione ſuæ radicis per ſeipſam. ſed ſicut ex multiplicatione unius partis temporis per ſeipſam producitur una pars ſpatij, ita ex multiplicatione duarum partium temporis fiunt quatuor partes ſpatij; ex multiplicatione trium, novem partes &c. quæ ſpatia ſunt ut quadrata temporum. ergo &c.

V. *Totum tempus quo mobile decurrit totum ſpatium motu æquabiliter accelerato, ad partem temporis quâ decurrit partem ſpatij, habet rationem ſubduplam totius ſpatij ad partem ſpatij.*

Sicut totum ſpatium ad partem ſpatij, habet eam rationem quam tertius numerus

ad

ad primum *ex prop*. 3. ita totum tempus ad partem temporis, habet eam rationem quam ſecundus numerus ad primum, *ex coroll*. 2. *prop*. 3. adeoque habet rationem ſubduplam *ex coroll. lemmatis* 1.

VI. *Impetus æquabilis cum intenſione quam habet Mobile in fine motûs æquabiliter accelerati, repræſentatur latitudine parallelogrammi ABDC* (50) *continentis duo triangula; quorum unum exhibet impetum æquabiliter auctum*.

In triangulo ABC, baſis AC oſtendit intenſionem quam impetus æquabiliter auctus habet in fine motûs. ergo recta BD æqualis ipſi AC oſtendit intenſionem quam impetus æquabilis habet in principio motûs, æqualem intenſioni quam impetus æquabiliter auctus habet in fine. ſed eadem latitudo BD ſeu AC reperitur in toto parallelogrammo ABDC. ergo latitudo illa parallelogrammi ABDC exhibet impetum æquabilem, cum intenſione quam impetus æquabiliter auctus habet in fine ſui motûs.

VII. *Si impetus æquabiliter auctus fuiſſet æquabilis, cum intenſione quam habuit*

habuit in fine motûs, impetus æquabilis eſſet duplus impetûs æquabiliter aucti.

Impetus æquabilis &c. ad alium impetum, eſt ut parallelogrammum ABDG (50) ad triangulum ABC (49) *ex prop.6.* parallelogrammum vero *ex lemmate 3.* eſt duplum trianguli. ergo &c.

Hinc *patet*, Si velocitas motûs æquabiliter accelerati fuiſſet æquabilis, cum intenſione quam habuit in fine; velocitas motûs æquabilis eſſet dupla velocitatis motûs æquabiliter accelerati.

VIII. *Impetus ac velocitates quibus decurruntur ſpatia æqualia ſunt reciproca temporum.*

Idem ſpatium quod velocitate ſubduplâ decurritur tempore duplo; velocitate duplâ decurritur tempore ſubduplo. ergo propoſitio eſt manifeſta.

IX. *Si impetus æquabiliter auctus fuiſſet uniformis cum intenſione quam habuit in fine motûs, eodem tempore decurſum fuiſſet ſpatium duplum.*

Eo tempore quo impetu ac velocitate ſubduplâ decurritur ſpatium ſubduplum, velo-

velocitate duplâ decurritur ſpatium duplum. ſed velocitas eſſet dupla *ex prop.* 7. ergo &c.

X. *Si impetus æquabiliter auctus fuiſſet æquabilis cum intenſione quam habuit in fine motûs, idem ſpatium decurſum fuiſſet tempore ſubduplo.*

Impetus ſunt reciproci temporum *ex prop.* 8. ergo ſicut impetus æquabilis cum intenſione habitâ in fine motûs æquabiliter accelerati eſt duplus impetûs æquabiliter aucti *ex prop.* 7. ita, ut decurratur idem ſpatium motu æquabili &c. ſufficit tempus ſubduplum ejus, quo idem ſpatium decurſum eſt motu æquabiliter accelerato.

XI. *Si impetus æquabilis eſſet ſubduplus impetûs acquiſiti in fine motûs æquabiliter accelerati; ſpatium decurſum motu æquabiliter accelerato, decurreretur eodem tempore impetu ac velocitate æquabili.*

Impetus æquabilis eſt duplus impetûs æquabiliter aucti *ex prop.* 7. ergo ut ſpatium decurſum motu accelerato decurratur eodem tempore motu æquabili, ſufficit impe-

tus ac motus æquabilis, cum velocitate ſubdupla motus æquabiliter accelerati.

XII. *Velocitas quâ globus V (1) deſcendit ſuper plano declivi RC, ad velocitatem quâ globus T (3) illi æqualis deſcendit perpendiculariter, eſt ut angulus elevationis ad rectum.*

Patet ex coroll. prop. 21. *de Momentis*. Eſt autem eadem ratio tum in velocitate motûs æquabilis tum in velocitate motûs æquabiliter accelerati ſi obſerventur ea quæ diximus *prop.* 9. 10. & 11. *huius*. Cetera quæ huc ſpectant petenda ſunt *ex prop.* 21. & 22. *de Momentis*. Supponimus autem motum globi T (3) deſcendentis perpendiculariter, ac motum globi V (1) illi æqualis, deſcendentis ſuper plano declivi RC, incepiſſe uno & eodem inſtanti; ac velocitates utriuſque globi conſiderari relativè ad illud inſtans cui de facto coexiſtunt.

XIII. *Velocitas globi deſcendentis ſuper plano declivi SC (47), ad velocitatem eiuſdem cadentis perpendiculariter, non eſt ut perpendiculum SO ad planum declive SC.*

Velocitates ſunt ut anguli C & O *ex prop.* 21.

21. *de Momentis*. anguli C & O non ſunt ut SN & SC *ex coroll.* 1. *prop.* 24. *de Momentis*. ergo &c.

XIV. *Tempus deſcenſûs per planum declive SC (47) ad tempus deſcenſus per lineam perpendicularem, eſt ut angulus rectus O ad angulum elevationis C.*

Velocitas eſt reciproca temporis *ex prop.*8. ergo tempus deſcenſûs per planum SC, ad tempus deſcenſus perpendicularis, eſt reciprocè ut velocitas deſcenſûs perpendicularis ad velocitatem deſcenſus per planum declive. ergo *ex* 12. eſt ut angulus rectus ad angulum elevationis.

XV. *Tempora quibus globi æquales deſcendunt per plana SB, SC (51) inæqualiter declivia, ſunt reciprocè ut anguli elevationis C & B.*

Velocitates ſunt reciprocæ temporum *ex prop.* 8. ſed velocitates ſunt ut anguli elevationis *ex* 12. ergo tempora ſunt reciproca angulorum elevationis.

Quia vero ſi plana SB, SC (51) habeant idem perpendiculum SO (eo modo quo planum RC cujus perpendiculum eſt RN habet eandem longitudinem cum SB) tota SC

ad

ad RC ſeu ad SB, eſt ut SO ad RN *ex* 2. *VI.* *Patet* tempora deſcenſuum ſuper SC & ſuper SB non eſſe ut SC ad SB, ac non eſſe ut SO ad RN.

XVI. *Tempora deſcenſuum per diametrum SO (53) circuli perpendicularem horizonti & per planum declive SB, a puncto ſublimi diametri ad peripheriam SHO non ſunt æqualia.*

In triangulo rectangulo SOB, in quo ſemicirculus SHO; rectæ SB, SO, SH ſunt continuè proportionales *ex* 8. *VI.* ergo ſi velocitas caſus per SO ad velocitatem per SB, eſſet reciprocè ut SB ad SO, eſſet ut SO ad SH; & *ex prop.* 1. temporibus æqualibus decurrerentur ſpatia SO, SH. ſed velocitates gravium non ſunt reciprocè ut SB ad SO *ex prop.* 13. ergo non ſunt ut SO ad SH; & æqualibus temporibus non decurruntur ſpatia SO, SH.

Hinc *patet* 1. Tempora deſcenſuum per SO & per HO non eſſe æqualia.

Patet 2. Si circuli inæquales tangant ſe in S, tempora deſcenſuum per SP & per SF non eſſe æqualia.

XVII.

XVII. *Si globi æquales deſcendant motu æquabiliter accelerato, ille perpendiculariter, hic ſuper plano declivi SC, (47) habent velocitates æquales, ubi ſpatia quæ decurrerint ſint ut tempora.*

Æqualem intenſionem habet velocitas ſubtripla globi deſcendentis ſuper plano SC, cujus angulus elevationis eſt ſubtriplus recti, ubi decurrerit ſpatium triplum tempore triplo, & velocitas tripla globi deſcendentis perpendiculariter, ubi decurrerit ſpatium ſubtriplum tempore ſubtriplo. ergo &c. Eodem pacto unum mobile decurrens ſpatium duplum tempore duplo, & aliud mobile decurrens ſpatium ſubduplum tempore ſubduplo habent æquales velocitates. Hæc propoſitio ita converti poteſt: Si tempora quibus deſcendunt globi æquales ſint ut ſpatia, velocitates globorum ſunt æquales.

XVIII. *Velocitas deſcenſus ſuper plano declivi æquatur velocitati deſcenſûs perpendicularis, ubi ſpatia decurſa ſint ut angulus rectus ad angulum elevationis.*

Velo-

Velocitas globi deſcendentis ſuper plano declivi SC (47) æquatur velocitati globi æquali deſcendentis perpendiculariter, ubi ſpatia decurſa, ſint ut tempora *ex* 17. ſed tempus deſcenſus per planum SC ad tempus deſcenſus perpendicularis, eſt ut angulus rectus ad angulum elevationis C *ex prop.* 14. ergo ſi ſpatium declive ad perpendiculare ſit ut angulus O ad C, velocitates ſunt æquales.

XIX. *Velocitates acquiſitæ in fine deſcenſûs per planum declive SC* (47) *&* *per eius perpendiculum SO non ſunt æquales.*

Vt globi æquales, decurſis ſpatijs inæqualibus SC, SO, haberent in C & in O velocitates æquales, tempora deſcenſuum deberent eſſe ut ſpatia SC, SO, *ex prop.* 17. atqui tempora ſunt reciprocè ut anguli O & C *ex prop.* 14. ac non ſunt ut ſpatia *ex coroll.* 1. *prop.* 24. *de Momentis*. ergo velocitates in C & in O non ſunt æquales.

Hinc *patet*, Velocitates acquiſitas a globis æqualibus in fine deſcenſus per plana declivia inæqualia SB,SC,(51) quorum eadem eſt elevatio SO, non eſſe æqualia.

XX. *Globus deſcendens per plana contigua diverſæ elevationis* (54) *non inchoat novam ſeriem motûs æquabiliter accelerati, dum incipit moveri per planum diverſum*.

Duo plana contigua ſint AB, BD. angulus elevationis plani AB ſit ABC, graduum 60. Angulus elevationis plani BD ſit BDE graduum 30. atque ex 12. partibus æqualibus plani BD, contineantur 8. partes in plano AB, quod prolongetur in F.

Si primo minuto temporis decurrantur 2. partes ſpatij AB, ſecundo minuto 6. partes; tertio decurrerentur 10. partes per BF, quarto 14. partes. Quum autem angulus BDE ſit ſubduplus anguli ABC, velocitas per BD erit ſubdupla velocitatis per BF *ex prop.* 12. adeoque tertio minuto quod eſt primum deſcenſus per BD, decurrentur 5. partes ſpatij BD, loco 10. partium per BF. Oſtendo jam, quarto minuto, quod eſt ſecundum deſcenſus per BD, non decurri 15. partes ſpatij; nam per BF decurrerentur ſolum 14. ſed velocitas per BD eſt ſubdupla velocitatis per BF. ergo nequeunt decurri 15. partes, ſed ſolum 7. Si non decurrun-

tur 15. partes non inchoatur nova ſeries, exigens ut ſi primo minuto decurruntur 5. partes, ſecundo decurrantur 15. tertio 25. partes. ergo &c.

XXI. *Si globus qui deſcenderit perpendiculariter (55) pergat deſcendere ſuper plano declivi, non inchoat novam ſeriem motûs æquabiliter accelerati.*

Perpendiculum AB & planum declive BD (cujus angulus elevationis D ſit graduum 30) habeant æqualem longitudinem, & utraque ſint diviſa in 12. partes æquales. Velocitas globi deſcendentis per planum BD eſt ſubtripla velocitatis globi æqualis, deſcendentis perpendiculariter ex altitudine AB *per* 12. *huius*. ergo ſi ex 12. partibus perpendiculi AB decurrantur 3. partes primo minuto; ſecundo decurrentur 9. partes; tertio vero minuto, quod eſt primum deſcenſus per BD, ob velocitatem ſubtriplam decurrentur 5. partes loco 15. partium quæ decurrerentur deſcenſu perpendiculari; quarto minuto decurrentur 7. partes, loco 21. partium. ergo tota propoſitio eſt manifeſta.

XXII.

XXII. *Si longitudines perpendiculi AB (55) & plani declivis BD habentis angulum elevationis ſubtriplum recti ſint æquales; ad perpendicularem vero deſcenſum ſequatur immediatè deſcenſus per planum declive, ambo abſolvuntur temporibus æqualibus.*

Primo minuto decurruntur 3. ſecundo 9. partes. adeoque duobus minutis decurritur perpendiculum AB. Tertio minuto decurruntur 5. quarto 7. partes, adeoque duobus minutis decurritur planum BD, æquale perpendiculo AB. ergo &c.

Digitized by Google

Syllabus Propoſitionum

Quæ his Exegeſibus expenduntur.

1. *Momentum ponderis ſuper plano inclinato ad momentum ſuum totale, eſt ut perpendiculum plani inclinati ad ipſum planum. Galileus* in opere quod inſcribitur: *Diſcorſi e Dimoſtrazioni Matematiche intorno a due nuove Scienze. Dial. III.* in demonſtr. prop. 6. *de Motu accelerato*, cum pluribus Mathematicis: & ante *Galileum Stevinus lib.* 1. *Staticæ prop.* 19. *conſect.* 2. Expenditur *prop.* 10. *de Momentis*.

2. *Momenta Gravium æqualium ſuper planis inæqualiter inclinatis ſunt in homologa ratione cum perpendiculis partium æqualium eorundem planorum. Torricellius de Motu Gravium prop.* 3. Expend. *coroll.* 2. *prop.* 10. *De Momentis*.

3. *Momenta Gravium æqualium ſuper planis inæqualiter inclinatis, eandem tamen elevationem habentibus, ſunt in reciproca ratione cum longitudinibus planorum. Torricellius prop.* 2. Expend. *cor.* 1. *prop.* 24. *de Momentis*.

4. *Si in planis inæqualiter inclinatis, eandem tamen elevationem habentibus duo gravia conſtituantur, quæ inter ſe eandem homologè rationem*

tionem habeant, quam habent longitudines planorum, gravia æquale momentum habebunt. Torricellius prop. 1. & ante illum *Tartalea* in opere cui titulus: *Queſiti e Inventioni diverſe. Lib. VIII. prop.* 15. Expenditur *cor.* 5. *prop.* 25. *de Momentis.*

5. Vectem non eſſe partem circumferentiæ circuli. docet P. Zucchius in ſecunda Editione *Philoſophiæ de Machinis annot.* 1. Expend. *prop.* 17. *de Vecte.*

6. Globum D perinde operari ſuper plano declivi DF, quaſi premeret obliquè brachium elevatum libræ BD aſſerit *Borellius prop.* 40. *de Vi percuſſionis.* Expend. *coroll.* 4. *prop.* 17. *de Vecte.*

7. Si duo globi alligati funiculo parallelo ad plana declivia ſint homologè ut ipſa plana declivia; quantumlibet globi illi moveantur, centrum commune gravitatis eorum deſcendere non poſſe, ſed ſemper in eadem horizontis linea reperiri aſſerit *Torricellius ante propoſ.* 1. *de Motu.* Expenditur *cor. prop.* 22. *de Vecte.*

8. Potentia quæ applicetur funiculo LM, & impediat motum molis N, exercet niſum æqualem ei quo ſuſtineret molem N in ſententia *Borellij de Motu animalium Parte* 1. *in Schol. prop.* 63. Expend. *cor.* 3. *prop.* 26. *de Vecte.*

9. A potentia applicata in B ſuſtineri partem molis C, duplam ejus quam ſuſtinet potentia in D, tradit *Guidubaldus de Monte in Mechan. Demonſtrat. prop. 4. de trochlea*. Expend. *cor. 2. prop. 40. de Vecte*.

10. *Tempora deſcenſuum ſuper planis diverſimodè inclinatis, quorum eadem ſit elevatio, ſunt inter ſe ut eorum longitudines. Gal. coroll. prop. 3. Torricellius prop. 4.* Expend. *cor. prop. 15. de Motu*.

11. *Si a puncto ſublimi vel imo circuli ad horizontem erecti ducantur quælibet plana uſque ad circumferentiam inclinata; tempora deſcenſuum per illa erunt æqualia. Gal. prop. 6.* Expend. *prop. 16. de Motu*.

12. *Gradus velocitatis eiuſdem mobilis ſuper diverſas planorum inclinationes acquiſiti æquales ſunt; ſi eorundem elevationes æquales fuerint. Torricellius prop. 5.* Expenditur *cor. prop. 19. de Motu*.

Aliæ propoſitiones non deerant, niſi hæ nimium multæ videri poſſent.

Rogatos velimus Typographos, ne inconſulto P. Ioanne Franciſco Vannio e Societate IESV, novam Editionem huius Libri moliantur. Nam ſi quippiam addere, demere vel mutare oporteat, ex eo ſtatim ſe accepturos certò ſciant.

LAVS DEO.

BIBLIOTECA NAZ. ROMA VITTORIO EMANUELE

BIBLIOTECA NAZ.
ROMA
VITTORIO EMANUELE

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

BIBLIOTECA